

ACTUALITÉS SCIENTIFIQUES ET INDUSTRIELLES

225

# EXPOSÉS D'ASTRONOMIE STELLAIRE

Publiés sous la direction de

**M. HENRI MINEUR**

Astronome à l'Observatoire de Paris

IV "CURRENT SCIENCE"  
RECEIVED.

## DÉNOMBREMENTS D'ÉTOILES

CATALOGUES D'ÉTOILES

COMPARAISON DES SÉQUENCES PHOTOMÉTRIQUES

PAR

**H. MINEUR**





PARIS

**HERMANN ET C<sup>ie</sup>, ÉDITEURS**

6, Rue de la Sorbonne, 6

1935





# ACTUALITÉS SCIENTIFIQUES ET INDUSTRIELLES



PUBLIÉES SOUS LA DIRECTION DE MM.

René AUDUBERT

Directeur de Laboratoire à l'Ecole  
des Hautes Etudes

## ÉLECTROCHIMIE THÉORIQUE

J.-P. BECQUEREL

Professeur au Muséum d'Histoire Naturelle

## OPTIQUE ET MAGNÉTISME AUX TRÈS BASSES TEMPÉRATURES

G. BERTRAND

Membre de l'Institut  
Professeur à l'Institut Pasteur

## CHIMIE BIOLOGIQUE

L. BLARINGHEM

Membre de l'Institut  
Professeur à la Sorbonne

## BIOLOGIE VÉGÉTALE

Georges BOHN

Professeur à la Faculté des Sciences

## ZOOLOGIE EXPÉRIMENTALE

J. BORDET

Prix Nobel  
Directeur de l'Institut Pasteur de Bruxelles

## MICROBIOLOGIE

J. BOSLER

Directeur de l'Observatoire de Marseille

## ASTROPHYSIQUE

Léon BRILLOUIN

Professeur au Collège de France

## THÉORIE DES QUANTA

Louis de BROGLIE

Membre de l'Institut  
Professeur à la Sorbonne  
Prix Nobel de Physique

## I. PHYSIQUE THÉORIQUE

## II. PHILOSOPHIE DES SCIENCES

Maurice de BROGLIE

de l'Académie Française  
et de l'Académie des Sciences

## PHYSIQUE ATOMIQUE EXPÉRIMENTALE

D. CABRERA

Directeur de l'Institut de Physique et Chimie  
de Madrid

## EXPOSÉS SUR LA THÉORIE DE LA MATIÈRE

E. CARTAN

Membre de l'Institut  
Professeur à la Sorbonne

## GÉOMÉTRIE

M. CAULLERY

Membre de l'Institut  
Professeur à la Faculté des Sciences

## BIOLOGIE GÉNÉRALE

L. CAYEUX

Membre de l'Institut  
Professeur au Collège de France

## GÉOLOGIE

(Roches sédimentaires)

A. COTTON

Membre de l'Institut  
Professeur à la Sorbonne

## MAGNÉTO-OPTIQUE

Mme Pierre CURIE

Professeur à la Sorbonne  
Prix Nobel de Physique  
Prix Nobel de Chimie

## RADIOACTIVITÉ

## ET PHYSIQUE NUCLÉAIRE

Véra DANTCHAKOFF

Ancien professeur à l'Université Columbia  
(New-York)

Organisateur de l'Institut  
de Morphogenèse Expérimentale  
(Moscou Ostankino)

## LA CELLULE GERMINALE DANS L'ONTOGENÈSE et L'ÉVOLUTION

E. DARMOIS

Professeur à la Sorbonne

## CHIMIE-PHYSIQUE

K. K. DARROW

Bell Telephone Laboratories

## CONDUCTIBILITÉ DANS LES GAZ

Arnaud DENJOY

Professeur à la Sorbonne

## THÉORIE DES FONCTIONS DE VARIABLE RÉELLE

J. DUESBERG

Recteur de l'Université de Liège

## BIOLOGIE GÉNÉRALE EN RAPPORT AVEC LA CYTOLOGIE

CATALOGUE SPÉCIAL SUR DEMANDE

B. S. Moharale

---





ACTUALITÉS SCIENTIFIQUES ET INDUSTRIELLES

225

# EXPOSÉS D'ASTRONOMIE STELLAIRE

Publiés sous la direction de

**M. HENRI MINEUR**

Astronome à l'Observatoire de Paris

IV

# DÉNOMBREMENTS D'ÉTOILES

CATALOGUES D'ÉTOILES

COMPARAISON DES SÉQUENCES PHOTOMÉTRIQUES

PAR

**H. MINEUR**



PARIS

**HERMANN ET C<sup>ie</sup>, ÉDITEURS**

6, Rue de la Sorbonne, 6

1935

Tous droits de traduction, de reproduction et d'adaptation  
réservés pour tous pays.

COPYRIGHT 1934 BY LIBRAIRIE SCIENTIFIQUE HERMANN ET C<sup>ie</sup>  
PARIS.



## PRÉFACE

---



DANS ce fascicule j'expose et je discute les résultats obtenus concernant les dénombrements d'étoiles en fonction de l'éclat et de la latitude galactique.

J'ai profité de cette étude pour passer en revue les catalogues et cartes d'étoiles qui présentent un intérêt pour la statistique stellaire : Bonner Durchmusterung, Catalogue astrographique, Cartes de Harvard, Cartes de Franklin Adams, Catalogues d'Harvard et du Mont Wilson des aires de Kapteyn. Le résultat des dénombrements d'étoiles dépend presque uniquement de la précision des mesures photométriques sur lesquelles ces dénombrements sont basés ; j'ai donc réservé pour ce fascicule l'exposé de la réduction des plus importantes séquences photométriques (séquence de H. A. 71, S. A. de Harvard, S. A. du Mont Wilson) à l'une d'elles adoptée comme étalon, la séquence polaire internationale. A ce point de vue ce fascicule constitue le complément indispensable de celui que j'ai publié récemment dans la même série sur la mesure des positions et magnitudes des étoiles.

H. MINEUR.

---





### But de cette étude.

Dans ce fascicule nous étudions la répartition sur la sphère céleste des étoiles des diverses magnitudes. Nous ne considérons que les directions et les magnitudes apparentes des étoiles en laissant de côté pour le moment leurs distances ; malgré cette restriction, cette étude nous donnera de nombreux renseignements sur la structure de la galaxie.

Nous n'étudierons pas non plus ici les condensations d'étoiles qui se rencontrent par places, en d'autres termes c'est une répartition continue des étoiles que nous allons considérer.

Nous reviendrons dans d'autres fascicules sur les distances des étoiles, puis sur la conception de la galaxie comme un ensemble d'amas.

Rappelons ce que l'on entend par position apparente d'une étoile : On imagine une sphère idéale de rayon unité appelée sphère céleste ayant pour centre  $O$  l'observateur. La position apparente d'une étoile  $E$  est le point  $e$  où le rayon lumineux  $OE$  perce la sphère céleste, le point  $e$  fixe la direction dans laquelle nous voyons l'étoile, il est indépendant de sa distance.

L'étude de la répartition apparente des étoiles est celle des points tels que  $e$  sur la sphère céleste.

Cette étude a une grande importance, car la direction dans laquelle nous voyons un astre est un élément toujours connu et facile à déterminer ; aussi possède-t-on pour cette étude un matériel très étendu : plusieurs millions d'étoiles. Un autre élément assez facile à déterminer est la magnitude apparente dont nous tiendrons compte ici.

Les distances des étoiles sont connues beaucoup plus rarement ; malgré cette restriction nous ne pourrions nous empêcher d'interpréter les résultats obtenus en les reportant dans l'espace au moyen d'hypothèses raisonnables.

**Univers schématique.** — La première idée qui vient à l'esprit est de supposer que l'univers a approximativement une forme sphérique et que le soleil est au centre. Une telle conception, appelée « univers schématique », est suggérée par ce fait que, quelle que soit la direction dans laquelle notre regard se porte, nous apercevons en très grand nombre des étoiles de toutes magnitudes.

Si l'univers réel répondait à cette conception, le nombre d'étoiles d'une magnitude  $m$  quelconque, situées dans un degré carré de la sphère céleste, serait le même dans toutes les directions.

Nous allons voir qu'il n'en est rien.

**Répartition des étoiles de 11<sup>e</sup> grandeur d'après les cartes d'Harvard.** — Pour nous faire une première idée de cette répartition apparente des étoiles, considérons avec Hans Hénie la répartition des étoiles plus brillantes que la 11<sup>e</sup> grandeur.

L'observatoire de Harvard possède un instrument dont l'ouverture est de 2,5 cm. et la distance focale de 32 centimètres ; il donne sur un cliché de  $25 \times 20$  centimètres une région du ciel de 2<sup>h</sup> de largeur en  $\alpha$  et 30° en  $\delta$ . Le ciel entier est couvert par 55 de ces clichés.

L'observatoire de Harvard a publié en 1903 une série de 55 cartes comprenant toutes les étoiles jusqu'à la 11<sup>e</sup> grandeur ; une seconde série de clichés, dont les centres coïncident avec les sommets des angles des clichés de la première série, a été prise en 1914 ; ces cartes sont des reproductions des clichés pris à Harvard et à Arequipa, succursale de Harvard pour l'hémisphère sud.

Les étoiles qui figurent sur ces cartes ont été dénombrés à Lund par Hans Hénie <sup>(1)</sup>, en 1914, puis à Utrecht par Nort <sup>(2)</sup> en 1916. Exposons les résultats de Hénie :

Chaque cliché est divisé en carrés par deux séries de lignes rectangulaires. Hénie s'est contenté de compter les étoiles dans

---

<sup>(1)</sup> Hans Hénie. The distribution of the stars to the eleventh magnitude. *Meddel. fran Lund*, série II, n° 10, 1913.

<sup>(2)</sup> H. Nort. The Harvard map of the sky and the Milky Way. *Recherches astronomiques de l'Observatoire d'Utrecht*, vol. VII, 1917.

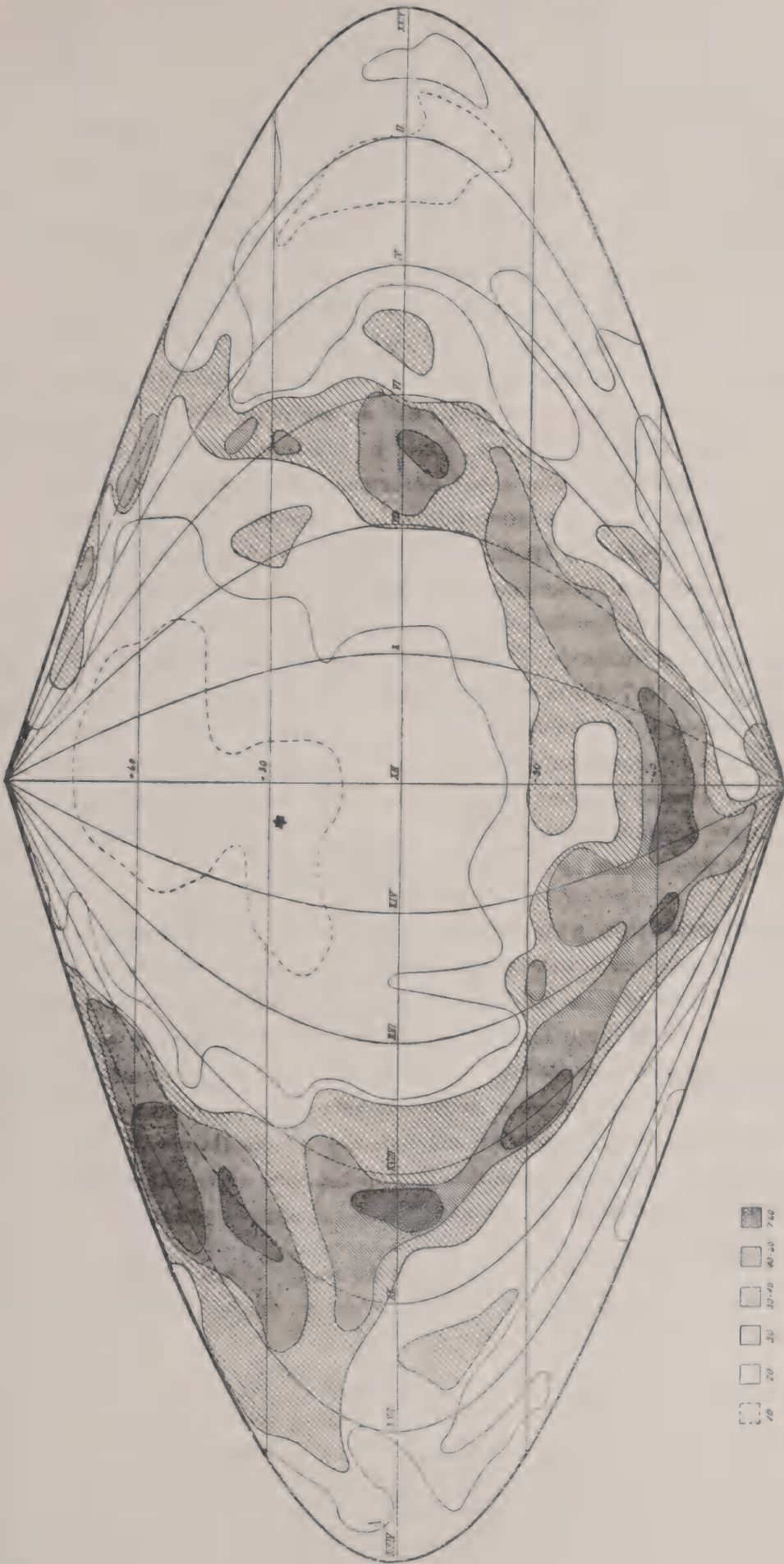


FIG. 1. — Distribution des étoiles de 11<sup>e</sup> grandeur d'après Henie.  
 La figure représente une projection de Flamsteed équatoriale, on a tracé les courbes d'égale densité. La densité sur chaque aire est indiquée en bas à gauche en nombre d'étoiles par degré carré. Les régions de densité maximum dessinent le plan galactique.



un carré sur quatre et malgré cela il a eu à compter 425.497 étoiles.

Les magnitudes déduites des cartes d'Harvard nécessitent une forte correction de distance au centre, si forte même que la densité stellaire, toutes choses étant égales, décroît du centre d'un cliché vers ses bords dans le rapport de 2 à 1. Hénie détermina cette correction et étalonna l'échelle de chaque cliché au moyen d'étoiles du cliché se trouvant également dans l'*Atlas Stellarium variabilium* du P. Hagen, qui avait été dressé pour servir à l'observation des étoiles variables. Dans le voisinage de quelques-unes de ces étoiles, Hagen avait déterminé les magnitudes d'un certain nombre d'étoiles auxquelles les observateurs devaient comparer la variable à étudier. Ces séquences sont assez précises, elles donnent malheureusement les magnitudes visuelles des étoiles et non les magnitudes photographiques.

La magnitude limite des étoiles des cartes de Harvard se trouve varier de 10 à 11,7 d'une carte à l'autre.

Hénie évalua à 1.013.000 le nombre total des étoiles plus brillantes que la 11<sup>e</sup> grandeur, et il en déduisit la densité de ces étoiles, c'est-à-dire le nombre de ces astres visibles dans une surface de un degré carré de la sphère céleste, pour diverses directions. La figure 1 représente la répartition de ces étoiles.

**La concentration galactique.** — Si on examine la figure, le premier fait que l'on constate est la concentration des étoiles vers un grand cercle de la sphère céleste, qui coïncide à peu près avec le tracé de la voie lactée. Les étoiles de 11<sup>e</sup> grandeur sont environ 4 fois plus nombreuses dans la voie lactée que dans la direction de son pôle. Le plan de ce grand cercle, ou plan galactique, joue un rôle important en astronomie stellaire. Il est commode d'introduire un système de coordonnées où ce plan joue le rôle de plan équatorial : ce sont les coordonnées galactiques.

**Définition des coordonnées galactiques.** — Considérons les axes dont les directions ont pour ascension droite  $\alpha$  et pour déclinaison  $\delta$  rapportés à l'équinoxe 1900 :

$$\begin{array}{ll} (ox) \alpha = 281,^{\circ} = 18^{\text{h}}44^{\text{m}} & \delta = 0^{\circ} \\ (oy) \alpha = 11,^{\circ} = 0^{\text{h}}44^{\text{m}} & \delta = + 63^{\circ}2 \\ (oz) \alpha = 191,^{\circ} = 12^{\text{h}}44^{\text{m}} & \delta = + 26^{\circ}8 \end{array}$$

L'axe  $oz$  est dirigé vers le pôle galactique adopté par Emauelli pour dresser ses tables,  $xoy$  est le plan galactique et  $ox$  est dans l'équateur.

Soit  $oD$  une direction,  $od$  sa projection sur  $xoy$ , on appelle

$$l = \text{longitude galactique} = \text{angle } (\widehat{ox, od})$$

$$b = \text{latitude galactique} = \text{angle } (\widehat{od, oD}).$$

L'origine des longitudes galactiques est dans la constellation de l'Aigle.

Les longitudes croissent en suivant la voie lactée de l'Aigle vers le Cygne.

Le pôle galactique nord est dans la chevelure de Bérénice.

On emploie quelquefois des coordonnées rectangulaires dites galactiques en prenant comme unité le parsec et comme axes  $ox, oy, oz$ , les axes précédemment considérés.

L'observation donne directement les coordonnées équatoriales  $\alpha$  et  $\delta$  des astres et non leurs coordonnées galactiques  $l$  et  $b$ . Le calcul de ces dernières se fait du reste facilement : les formules de transformation sont les formules classiques de changements d'axes (Voir Andoyer, *Cours d'astronomie*, tome I, chapitre III) où on a :

$$\sigma = 281^\circ \quad i = 63^\circ 2' \quad \sigma' = 0.$$

Pour calculer  $l$  et  $b$  en fonction de  $\alpha$  et  $\delta$  par exemple on peut utiliser les formules :

$$\begin{aligned} m \sin M &= \cos \delta \sin (\alpha - 281^\circ) \\ m \cos M &= \sin \delta \\ \cos b \sin l &= m \sin (63^\circ 2' + M) \\ \cos b \cos l &= \cos \delta \cos (\alpha - 281^\circ) \\ \sin b &= m \cos (63^\circ 2' + M) \end{aligned}$$

Réciproquement si on se donne  $l$  et  $b$  on a  $\alpha$  et  $\delta$  au moyen des formules :

$$\begin{aligned} m \sin M &= \cos b \sin l \\ m \cos M &= \sin b \\ \cos \delta \sin (\alpha - 281^\circ) &= m \sin (-63^\circ 2' + M) \\ \cos \delta \cos (\alpha - 281^\circ) &= \cos b \cos l \\ \sin \delta &= m \cos (-63^\circ 2' + M) \end{aligned}$$



Dans la plupart des recherches de statistique stellaire on n'a besoin que des valeurs approchées des coordonnées galactiques. Il est alors très commode d'utiliser des tables qui donnent directement  $l$  et  $b$  en fonction de  $\alpha$  et  $\delta$  pour un certain nombre de valeurs de ces dernières coordonnées.

D'autres axes galactiques sont parfois adoptés, pour les définir il suffit de connaître la direction du pôle galactique  $oz$ , car  $oz$  se trouve dans l'équateur; le plus employé est le système de Harvard rapporté au pôle de Gould :

$$(\text{Pôle de Gould}) \quad \alpha = 190^\circ = 12^{\text{h}}40^{\text{m}} \quad \delta = + 28^\circ$$

Parmi les tables de transformation des  $\alpha$ ,  $\delta$  en  $l$ ,  $b$  et *vice versa* signalons les tables d'Emanuelli <sup>(1)</sup>. Ces tables donnent  $l$  et  $b$  au dixième de degré pour les valeurs de  $\delta$  de degré en degré et de  $\alpha$  de 10 minutes en 10 minutes. L'origine des longitudes d'Emanuelli étant  $\alpha$  Cygni, il faut ajouter  $23^\circ6$  aux longitudes de ces tables, le pôle galactique d'Emanuelli est celui que nous avons adopté page 9.

Signalons les tables de John Ohlsson <sup>(2)</sup> qui donnent  $l$ ,  $b$  et l'angle des méridiens équatoriaux et galactiques en centièmes de degré, pour les valeurs de  $\delta$  de degré en degré et de  $\alpha$  de 4 en 4 min.,  $l$  et  $b$  sont rapportés au pôle galactique de Gould, mais des tables auxiliaires permettent de calculer les mêmes quantités rapportées à un pôle voisin,

Signalons d'autres tables moins serrées de Kapteyn <sup>(3)</sup>, Pickering <sup>(4)</sup>, Walkey <sup>(5)</sup>, et des graphiques de Stroobant <sup>(6)</sup>, Pearce et Hill <sup>(7)</sup>.

<sup>(1)</sup> Prof. Pio Emanuelli, Tavole per la trasformazione delle coordinate equatoriali in coordinate galattiche riferite al pole  $12^{\text{h}}44^{\text{m}} + 26^\circ8$ . Pubblicazioni della *Specola Vaticana* 14 append prima 1929.

<sup>(2)</sup> John Ohlsson, Lund Observatory tables for the conversion of equatorial coordinates into galactic coordinates based on the galactic pole  $12^{\text{h}}40^{\text{m}} + 28^\circ$ . *Annals of the observatory of Lund*, n° 3, 1932.

<sup>(3)</sup> Kapteyn. *Groningen Publications*, n° 18 (1908).

<sup>(4)</sup> Pickering. *Harvard Annals*, vol. 56 (1912).

<sup>(5)</sup> Walkey. *Monthly Notices of R. A. S.*, vol. 74, p. 201 (1913).

<sup>(6)</sup> Stroobant. *Annales de l'Obs. roy. de Belgique*, vol. 11, p. 97 (1908).

<sup>(7)</sup> Pearce et Hill. *Public of the Astroph. observ. Victoria*, vol. 4, n° 4 (1927).

### Univers typique.

Ainsi, en seconde approximation, les étoiles au lieu d'être distribuées uniformément sur la sphère céleste montrent une condensation très nette vers le plan galactique. Il est facile d'interpréter dans l'espace cette répartition apparente des étoiles :

Il suffit d'imaginer que la galaxie a approximativement la forme



FIG. 2. — Aspect schématique de la galaxie expliquant la concentration galactique.

Coupe suivant un méridien galactique, on place le soleil au centre.

d'un ellipsoïde de révolution aplati dans lequel les étoiles sont réparties avec une densité spatiale constante. Supposons le soleil au milieu.

Lorsque nous regardons vers le pôle galactique notre rayon visuel rencontre peu d'étoiles, au contraire lorsque nous regardons dans le plan galactique le rayon visuel traverse une plus grande épaisseur de la galaxie. Nous devons donc voir beaucoup plus d'étoiles dans un cône d'angle solide donné dirigé dans le plan galactique que dans un cône égal dirigé vers le pôle galactique. Ainsi s'explique simplement, dans l'espace, la concentration galactique :

En seconde approximation, l'ensemble des étoiles semble cons-

tituer un immense amas ayant approximativement la forme d'un ellipsoïde de révolution autour de la ligne des pôles galactiques, aplati et centré sur le soleil.

L'univers ainsi conçu s'appelle, par abréviation, l'univers typique. Admettre l'« univers typique » c'est supposer *à priori* que la densité stellaire apparente ne dépend que de la latitude galactique et non de la longitude.

**Univers réel.** — L'univers typique représente assez mal les observations. Non seulement on se trouve conduit à admettre que le soleil est excentré dans un univers de révolution autour d'un axe, mais une étude approfondie de la galaxie révèle dans celle-ci de nombreuses et importantes condensations stellaires et des espaces vides dus parfois à des nébuleuses obscures.

Dans ce fascicule nous étudierons l'univers typique qui représente le mieux les observations.

Bien que l'univers réel diffère considérablement de cet univers typique, l'étude de ce dernier est une étape nécessaire de l'étude de la galaxie.

**Définitions diverses.** — Fixons d'abord quelques notations :

$N_m(l, b)$  = nombre d'étoiles plus brillantes que la magnitude  $m$ , situées dans un degré carré de la sphère céleste ayant pour centre le point de coordonnées  $l$  et  $b$ .

Rappelons qu'un degré carré est une portion de la sphère dont la surface est  $\frac{1}{41.253}$  de la surface totale de la sphère ; si on confond la sphère avec son plan tangent, c'est à peu de chose près, la surface d'un carré dont le côté serait vu du centre sous un angle de  $1^\circ$ .

$N_m(b)$  est la moyenne des valeurs de  $N_m(l, b)$  et de  $N_m(l, -b)$  pour toutes les valeurs de  $l$ , c'est la densité des étoiles plus brillantes que la magnitude  $m$  pour une latitude galactique donnée  $b$  ; la longitude  $l$  n'intervient plus puisqu'on a pris la moyenne pour tous les  $l$ .

Enfin  $N_m$  est la valeur moyenne de  $N_m(b, l)$  pour tout le ciel, ou si on préfère, et comme  $N_m$  est relatif à un degré carré, c'est le nombre total des étoiles plus brillantes que la magnitude  $m$  divisé par 41.253.

$a_m(l, b)$  désigne le nombre des étoiles dont la magnitude est comprise entre  $m - \frac{1}{2}$  et  $m + \frac{1}{2}$ , situées dans un degré carré de la sphère céleste entourant le point  $l, b$ .

$a_m(b)$  et  $a_m$  se définissent sans peine.

Parfois ces notations représentent non pas le nombre des étoiles par degré carré mais le nombre total des étoiles du ciel, aussi dans chaque cas spécifierons-nous la définition de ces notations.

**La concentration galactique.** — C'est par définition :

Concentration galactique =

$$\frac{\text{Nombre } N_m \text{ d'étoiles plus brillantes que } m \text{ par degré carré dans le plan galactique}}{\text{Nombre } N_m \text{ d'étoiles plus brillantes que } m \text{ par degré carré au pôle galactique}}.$$

On conçoit que ce soit un élément fort important pour la connaissance de la répartition des étoiles, les auteurs qui se sont occupés de cette question adoptent des définitions différentes pour les mots « au pôle galactique » et dans le « plan galactique », aussi dans chaque cas faut-il préciser ces expressions.

Nous considérerons deux sortes de concentrations galactiques,  $c$  et  $C$  :

$$C = \frac{N_m \text{ pour } -20^\circ < b < +20^\circ}{N_m \text{ pour } \mp 40^\circ < b < \mp 90^\circ}$$

et :

$$c = \frac{N_m \text{ pour } -5^\circ < b < +5^\circ}{N_m \text{ pour } \mp 85^\circ < b < \mp 90^\circ}$$

ces deux nombres traduisent la concentration galactique de manières différentes,  $C$  donnant le rapport des nombres d'étoiles dans des régions d'une étendue notable autour du plan galactique et de son pôle,  $c$  donne ce même rapport pour des régions d'étendue plus restreinte, il est plus voisin du rapport d'étoiles dans le plan galactique même et vers son pôle,  $c$  est évidemment supérieur à  $C$ .

**Remarques sur les dénombrements d'étoiles.** — Le but des dénombrements d'étoiles est d'obtenir le nombre  $N_m$  d'étoiles jusqu'à une magnitude limite  $m$  dans un degré carré ; une telle opération semble facile si on dispose d'une carte ou d'un catalogue, on peut rencontrer cependant quelques difficultés. La principale cause d'erreur provient de l'échelle de magnitudes car une



petite erreur  $\Delta m$  sur  $m$  entraîne une grande variation  $\Delta N_m$  de  $N_m$  donnée par :

$$\Delta N_m = \frac{dN_m}{dm} \Delta m.$$

par exemple pour  $m = 8$  et  $\Delta m = 0,2$ ,  $\frac{\Delta N_m}{N_m} = 0,33$  environ :

Une erreur de 0,2 sur l'échelle de grandeur, qui est de l'ordre des erreurs possibles si l'échelle n'a pas été déterminée avec beaucoup de soin, entraîne donc une erreur relative de  $\frac{1}{3}$  sur  $N_m$ .

Aussi la question la plus délicate dans des dénombrements d'étoiles est-elle la détermination d'une échelle de magnitudes exempte d'erreurs systématiques.

On peut montrer autrement l'importance qu'il y a à déterminer très exactement l'échelle des magnitudes : Deux erreurs de 0,3 grandeur faites sur  $m$ , en sens contraire, l'une au pôle galactique, l'autre dans le plan galactique peuvent entraîner une forte erreur de la concentration galactique.

Ecrivons en effet :

$$C_v = \text{Concentration vraie} = \frac{N_m(90)}{N_m(0)}$$

$$C_o = \text{Concentration observée} = \frac{N_m(90) + \Delta N_m}{N_m(0) - \Delta N_m}$$

On a :

$$C_o = C_v \left( 1 + 2 \frac{\Delta N_m}{N_m} \right) = 1,7 C_v.$$

Ainsi deux erreurs de 0,2 grandeur sur l'échelle peuvent modifier la concentration dans le rapport de 1 à 1,7.

Lorsqu'on utilise une carte pour effectuer les dénombrements il n'est pas nécessaire de dénombrer toutes les étoiles de la carte et de diviser le nombre obtenu par sa surface. Il suffit de choisir  $n$  surfaces égales  $\sigma$  réparties régulièrement sur la carte, de dénombrer dans chacune d'elles les étoiles et de diviser le nombre total obtenu par  $n\sigma$ .

Signalons également un autre procédé <sup>(1)</sup> qui, s'il était mal appliqué, pourrait conduire à des résultats erronés :

Prenons  $n$  points répartis régulièrement et autour de chaque point dénombrons les étoiles dans une région de surface variable

---

<sup>(1)</sup> On the number of stars of each photographic magnitude in different galactic latitudes. P. J. Van Rhijn. Monthly Notices, vol. 78, p. 132, déc. 1917.



d'un point à un autre et choisie de manière à contenir environ le même nombre  $P$  d'étoiles. Soient  $P_k$  et  $S_k$  respectivement les nombres d'étoiles et la surface de la  $k^e$  région. On adoptera pour  $N$  :

$$N = \frac{1}{n} \sum_1^n \frac{P_k}{S_k}.$$

Il faut se garder de prendre, comme on l'a fait parfois :

$$N' = \frac{\frac{1}{n} \sum_1^n P_k}{\sum_1^n S_k}.$$

Appelons en effet  $D_k$  la densité de la  $k^e$  surface :

$$P_k = D_k \cdot S_k$$

$P_k$  étant presque constant on a :

$$S_k = \frac{P}{D_k}, \text{ donc :}$$

$$\frac{1}{N'} = \frac{1}{n} \left( \frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2} + \dots + \frac{1}{D_n} \right)$$

$N'$  est donc, non pas la moyenne arithmétique des densités de  $n$  régions du cliché, mais la moyenne harmonique de ces densités.

La densité  $N$  qu'il eut fallu adopter était donnée par :

$$N = \frac{1}{n} (D_1 + D_2 + \dots + D_n) = \frac{1}{n} \left( \frac{P_1}{S_1} + \frac{P_2}{S_2} + \dots + \frac{P_n}{S_n} \right).$$

Il est facile de voir que :

$$N' < N$$

et que la diminution artificielle de la densité ainsi produite est d'autant plus grande que la densité stellaire varie davantage d'un point à un autre du cliché.

Prenons l'exemple simple où l'on n'aurait que deux régions de densités respectives 100 et 20. La densité moyenne est :

$$N = \frac{100 + 20}{2} = 60.$$

La densité  $N'$  calculée par la méthode seconde est :

$$\frac{1}{N'} = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{100} + \frac{1}{20} \right] \quad \text{ou} \quad N' = 33,3$$

On voit par cet exemple combien peuvent être parfois délicats les dénombrements d'étoiles.

### Réduction de dénombrements d'étoiles à une échelle photométrique.

Lorsqu'on fait un dénombrement d'étoiles on calcule  $N_m$ , nombre d'étoiles plus brillantes que la magnitude  $m$ , en adoptant pour magnitude des étoiles certaines magnitudes que nous désignerons par  $m$ , et qui sont obtenues par comparaison avec une séquence que nous désignerons par  $S$ .

On cherche souvent à réduire ces dénombrements à une autre séquence  $S'$ , dans la pratique la séquence internationale ; faire cette réduction consiste à calculer  $N'_{m'}$  nombre d'étoiles plus brillantes que la magnitude  $m'$ , celle-ci étant définie par la séquence  $S'$ . Voici comment on fait cette opération :

On compare d'abord les séquences  $S$  et  $S'$  en formant pour une série d'étoiles communes à  $S$  et à  $S'$  la différence  $m' - m$  des magnitudes de chaque étoile dans les deux séquences, et en exprimant cette différence en fonction de la magnitude  $m$  de ces étoiles :

$$m' - m = f(m).$$

Puis on remarque que  $\log N_m$  est très voisin d'une fonction linéaire de  $m$  (nous le vérifierons dans la suite). Si  $f(m)$  est petit, un raisonnement facile montre que :

$$\log N'_{m'} = \log N_m - f(m) \frac{d \log N_m}{dm},$$

la dérivée de  $\log N_m$  se confond en pratique avec sa différence première.

Nous réduirons les dénombrements par magnitudes photographiques à l'échelle internationale.

**Le matériel utilisable.** — L'étude que nous allons entreprendre nécessite des dénombrements d'étoiles par magnitudes dans diverses régions du ciel. De tels dénombrements ne peuvent être faits actuellement que sur des cartes ou sur des catalogues. Nous profiterons de cette étude pour décrire les principaux catalogues et cartes et les études d'ensemble du ciel étoilé et pour comparer les échelles photométriques. Nous avons formé la liste des catalogues d'étoiles dans le tableau ci-après.

Carte ou catalogue	Date	Nombre de cartes	Extension en surface	Magnitude limite	Nombre des étoiles	Qualité
Gauges de William et de John Herschel.	fin du 18 <sup>e</sup> et début du 19 <sup>e</sup> siècle	1.800	régions de 45' de diamètre	14 <sup>e</sup>		Magnitudes visuelles.
Bonner Durchmusterung.	de 1850 à 1880		ciel entier	10 <sup>e</sup>	1 million	Positions approchées, magnitudes visuelles.
Catalogue astrographique.	commencé en 1890 en cours de publication	22.054	ciel entier	13 <sup>e</sup>	3,5 millions	Positions très précises, magnitudes mauvaises en général.
Carte photographique du ciel.	id.	22.054	ciel entier	15 <sup>e</sup>	20 millions	id.
Cartes d'Harvard.	1903 et 1913	55	ciel entier	11 <sup>e</sup>	1,2 millions	Magnitudes assez bonnes.
Cartes de Franklin Adams.	1903 à 1916	206	ciel entier	17 <sup>e</sup>		Magnitudes assez bonnes.
Selected areas } Harvard Groningue. Mont Wilson.	1917 1924	206 439	très petites régions de 4 <sup>o</sup> carré répétées dans tout le ciel, n'occupent qu'1/200 de la sphère.	16 <sup>e</sup> 18 <sup>e</sup> à 19 <sup>e</sup>	300 000	Magnitudes précises.

### Dénombrements par magnitudes visuelles.

Pour être complet nous citerons d'abord les dénombrements d'étoiles d'après les magnitudes visuelles, ce sont les premiers qui ont été exécutés et ils n'ont plus guère maintenant qu'un intérêt historique.

Les dénombrements d'après les magnitudes photographiques sont plus importants, plus précis et portent sur des astres plus faibles, nous les exposerons en détail par la suite.

**Les gauges d'Herschel.** — William Herschel dirigeait son télescope de 20 pieds (48 centimètres d'ouverture, 6 m. 10 de foyer) vers un point du ciel et comptait les étoiles visibles dans le champ qui était de  $15'4''$ ; la magnitude limite des étoiles observées était la  $14^e$  (d'après Kapteyn).

Chaque gauge n'embrassait donc qu' $1\ 832.979^e$  de la sphère céleste, il aurait donc fallu à Herschel 832.979 gauges pour dénombrer toutes les étoiles du ciel visibles dans son télescope. A raison de 100 gauges par nuit et 100 nuits par an le travail aurait duré 83 ans et était impossible à mener jusqu'au bout. Herschel se contenta de faire 3.400 gauges, faites par places dans le ciel. Il avait remarqué que la densité stellaire apparente ne dépend guère que de la latitude galactique, et considérait que ses irrégularités en longitude sont petites. En d'autres termes il admettait que la galaxie avait la forme de l'univers typique; il lui suffisait donc de faire ses gauges à diverses latitudes et de prendre la moyenne des gauges correspondant à une même latitude.

Ces gauges ont été reprises par son fils John Herschel, avec le même télescope, au Cap de Bonne Espérance. Les gauges de John Herschel sont au nombre de 1.800, elles sont considérées comme meilleures que celles de son père.

Les gauges des deux Herschel ont été réunies et publiées récemment.

Le résultat obtenu par Herschel est qu'il y a dans le ciel 20 millions d'étoiles plus brillantes que la  $14^e$  grandeur et que ces astres sont 14 fois plus nombreux dans le plan galactique que vers le pôle de ce plan.

**Les dénombrements déduits de la Bonner Durchmusterung d'Argelander.** — Ce catalogue, que l'on désigne par B. D., a été dressé au milieu du siècle dernier par les soins d'Argelander et de ses élèves à Bonn, à Cordoba, au Cap et à Groningue.

Il donne les positions, déterminées avec des instruments méridiens, de près de 1.000.000 d'étoiles situées dans tout le ciel.

La B. D. est complète jusqu'à la grandeur 9,5, mais elle contient bon nombre d'étoiles plus faibles. Inutile de dire qu'actuellement elle ne nous est plus d'un grand secours; mais elle a constitué jusqu'en 1910 le seul matériel utilisable pour les recherches de statistiques. Nous rappellerons rapidement les travaux basés sur ce catalogue.

**Valeur des données de la B. D.** — Les positions des étoiles de la B. D. ne sont pas précises. Du reste les déclinaisons ne sont données qu'à  $\frac{4}{10}$  de minute d'arc près (ou 6").

Les magnitudes des étoiles de la B. D. ont été déterminées en même temps que leurs positions. Ce sont des magnitudes visuelles obtenues à l'estime et non par des mesures photométriques. On devine que les magnitudes données par la B. D. sont imprécises et entachées sans doute d'erreurs systématiques. Elles ont été comparées à celles de Harvard, par les astronomes de Harvard eux-mêmes et par Pannekoek.

Ce dernier a donné la correction à apporter aux grandeurs de la B. D. pour les ramener à l'échelle d'Harvard que l'on adopte généralement comme base.

**Recherches de Von Seeliger.** — Von Seeliger a le premier utilisé la B. D. pour faire des dénombrements d'étoiles en 1898 et en 1909. Il cherchait à en déduire la répartition spatiale des étoiles, nous reparlerons de sa méthode à propos de cette question. Il nous a semblé inutile de reproduire ici les résultats de cet éminent astronome car ils se trouvent aujourd'hui largement dépassés ainsi que les recherches de Stratonoff sur le même sujet.

Depuis, Pickering, Van Rhijn, puis Pannekoek (H. A. 48 n° 5), ont repris les résultats de Von Seeliger en tenant compte des erreurs systématiques des magnitudes de la B. D. Ces dénombrements sont faits au moyen du catalogue de la B. D. jusqu'à la



magnitude 9,5 et au moyen des gauges d'Herschel de la 9<sup>e</sup> à la 14<sup>e</sup> grandeur. Nous citerons le résultat définitif de ces recherches au paragraphe suivant.

### **Le laboratoire de Groningue (Kapteyn astronomical laboratory at Groningue).**

Au début de ce siècle Kapteyn fonda à Groningue, en Hollande, un « laboratoire d'astronomie ». Sous le ciel souvent pluvieux et brumeux de ce pays il ne fallait guère songer à réunir un important matériel d'observations.

Aussi dans ce laboratoire, Kapteyn se contenta de tirer partie des observations faites par les observatoires des autres pays qui lui envoyaient leurs résultats bruts.

En 1908, il publia ses recherches numériques sur le nombre et la concentration galactique des étoiles des diverses grandeurs <sup>(1)</sup>. Son matériel était notoirement insuffisant : il consistait en dénombremments faits dans les catalogues photométriques d'Harvard pour les étoiles brillantes, sur la B. D. jusqu'à la grandeur 9, sur les cartes du P. Hagen, à partir de cette magnitude ; ces dernières avaient été dressées pour faciliter l'étude des étoiles variables et constituaient des déterminations photométriques assez précises faites autour des principales étoiles variables. Enfin Kapteyn a utilisé ce qui était paru alors des divers catalogues et cartes en cours de publication : Quelques cartes du ciel, des cartes de Franklin Adams, Pickering... C'était un matériel un peu hétéroclite.

De plus l'échelle de magnitudes adoptée par Kapteyn n'est pas la même pour les diverses grandeurs : Pour les étoiles brillantes, Kapteyn utilisait l'échelle de Harvard, due à Pickering ; pour les étoiles faibles au contraire il ramenait les magnitudes à l'échelle de la Yerkes Actinometry de Parkhurst. Or ces deux échelles diffèrent dans leurs parties communes comme nous l'avons exposé dans le fascicule III de cette série.

---

<sup>(1)</sup> On the number of stars of determined magnitude and determined galactic latitude. J. C. Kapteyn, *Groningen Publications*, n° 48.

Van Rhijn, dans un travail postérieur <sup>(1)</sup>, a corrigé l'échelle de magnitudes utilisée par Kapteyn et l'a ramenée à l'échelle d'Harvard qui est universellement adoptée.

Nous donnons ci-dessous quelques résultats des dénombrements de Kapteyn corrigés par Van Rhijn :

**Nombre d'étoiles plus brillantes que la magnitude visuelle  $m$  d'après Kapteyn corrigé par Van Rhijn, pour diverses latitudes et pour diverses magnitudes.**

$m$	$-20^\circ < b < +20^\circ$	$\mp 20^\circ < b \mp 40^\circ$	$\mp 40^\circ < b < \mp 90^\circ$	Nombre moyen par degré carré pour le ciel entier	Concentration galactique $C$	Nombre total d'étoiles du ciel
0,0	0,00010	0,00009	0,00005	0,00008	2,0	3
1,0	0,00036	0,00030	0,00019	0,00028	1,9	12
2,0	0,00122	0,00100	0,00066	0,00095	1,7	39
3,0	0,00414	0,00328	0,00230	0,00322	1,8	133
4,0	0,01590	0,01067	0,00787	0,01079	1,8	445
5,0	0,04634	0,03412	0,02624	0,03548	1,8	1.462
6,0	0,1524	0,10690	0,08453	0,11455	1,8	4.721
7,0	0,4955	0,32961	0,26303	0,36307	1,9	14.960
8,0	1,5813	0,99540	0,78343	1,1194	2,0	46.130
9,0	4,9659	2,9377	2,2182	3,3729	2,2	139.000
10,0	14,223	7,7983	5,5976	9,2045	2,5	379.300
11,0	40,365	20,464	13,646	24,831	3,0	1.023.000
12,0	107,13	50,003	30,613	62,669	3,5	2.582.000
13,0	260,02	112,46	62,373	144,88	4,2	5.970.000
14,0	595,66	237,14	118,85	317,69	5,0	13.090.000
15,0	1306,2	477,53	214,29	666,80	6,1	27.480.000
16,0	2824,9	946,24	379,97	1383,6	7,5	57.020.000

Nous reviendrons dans un prochain fascicule sur les dénombrements d'étoiles par magnitudes visuelles et nous les comparerons aux dénombrements par magnitudes photographiques.

### Dénombrements d'étoiles par magnitudes photographiques.

Nous allons passer en revue le matériel dont on dispose à ce sujet et les résultats qu'on en a déduits.

<sup>(1)</sup> On the number of stars of each photographic magnitude in different galactic latitudes. Van Rhijn, *Groningen Publications* n° 27, 1917 ; voir également *Monthly Notices*, vol. 78, p. 132. 1917.

Nous avons cité, au début de ce fascicule, les résultats obtenus par Hénie au moyen des dénombrements effectués sur les cartes de Harvard jusqu'à la 11<sup>e</sup> grandeur, nous n'y reviendrons pas.

### Réduction de la séquence photographique de H. A. 71 à l'échelle internationale.

Dans le fascicule précédent (Photographie astronomique), nous avons cité les principales séquences photographiques, mais nous ne les avons pas comparées entre elles car nous réservions cette étude pour le présent fascicule. Comme nous l'avons dit, la source d'erreurs la plus importante dans un dénombrement d'étoiles provient de l'échelle photométrique adoptée et on comprend que la question de la comparaison des séquences photométriques soit traitée en même temps que celle des dénombrements d'étoiles.

Les principales séquences photographiques que nous avons citées sont : la séquence polaire nord et les S. A. (Selected Areas); la séquence polaire nord a fait l'objet de nombreuses études et dans le fascicule précédent, nous avons cité les résultats les plus récents relatifs à cette séquence : La séquence publiée par Miss Leawitt dans le tome LXXI des *Harvard Annals*, appelée pour cette raison H. A. 71, et la séquence dite internationale obtenue par Seares en combinant un grand nombre de mesures.

A l'exemple de la grande majorité des astronomes nous adopterons la séquence internationale pour faire des dénombrements d'étoiles. Or, de nombreux dénombrements ont été faits au moyen de l'échelle de magnitudes photographiques de H. A. 71. Pour réduire ces dénombrements à l'échelle internationale il faut donc comparer celle-ci à l'échelle de H. A. 71. Cette comparaison a été faite par Seares <sup>(1)</sup>. Il est du reste facile de la reprendre; il suffit de former pour chacune des étoiles de la séquence polaire nord la différence  $\Delta = m_{\text{int.}} - m_{\text{H. A. 71}}$ , entre la magnitude  $m_{\text{int.}}$  de l'étoile d'après l'échelle internationale (voir par exemple le tableau des pages 46 et 47 du fascicule précédent) et la magnitude  $m_{\text{H. A. 71}}$  de cette étoile prise dans H. A. 71. On cherchera la moyenne des valeurs de  $\Delta$  pour une succession d'intervalles de

(<sup>1</sup>) A comparison of the Harvard and Mount Wilson scales of photographic magnitudes. F. H. Seares. *Contributions from the Mount Wilson* n° 98 et *Astrophysical Journal*, vol. 44, p. 239 (1915).

valeurs de  $m_{H. A. 71}$ . La figure 3 représente le résultat obtenu en portant en abscisses  $m_{H. A. 71}$  et en ordonnées  $\Delta$ . La réduction de H. A. 71 à l'échelle internationale est donnée par le tableau ci-dessous :

$m_{H. A. 71}$	$m_{int.} - m_{H. A. 71}$
5	- 0,08
6	- 0,03
7	- 0,02
8	+ 0,04
9	+ 0,10
10	+ 0,15
11	+ 0,24
12	+ 0,22
13	+ 0,24
14	+ 0,26
15	+ 0,26
16	+ 0,24
17	+ 0,14
18	+ 0,05

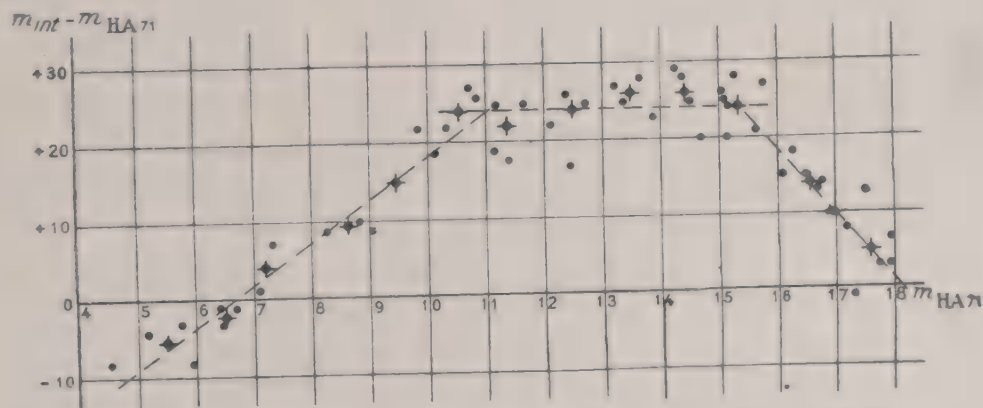


FIG. 3. — Séquence polaire. Réduction de l'échelle photographique de H. A. 71 à l'échelle internationale.

Abscisses : magnitudes photographiques d'après H. A. 71.

Ordonnées : différence entre la magnitude internationale et la magnitude d'après H. A. 71.

Chaque étoile de la séquence polaire est représentée par un point, les points accompagnés d'une croix représentent les moyennes pour chaque intervalle de magnitude.



ou si l'on préfère par les formules :

$$\begin{aligned} \text{pour } m_{\text{H. A. 71}} < 10, \quad m_{\text{int.}} - m_{\text{H. A. 71}} &= + 0,06 (m_{\text{H. A. 71}} - 6,5) \\ \text{pour } 10 < m_{\text{H. A. 71}} < 16, \quad m_{\text{int.}} - m_{\text{H. A. 71}} &= + 0,24. \end{aligned}$$

Les dénombrements de Chapman et Melotte et de Van Rhijn que nous citons plus loin étaient basés sur H. A. 71, nous les avons réduits à l'échelle internationale au moyen du tableau précédent.

Signalons que lorsqu'on fait de la photographie par comparaison avec une séquence rattachée à H. A. 71, comme une des séquences de Miss Leawitt par exemple, et que l'on veut obtenir les magnitudes internationales, il faut apporter les corrections précédentes aux magnitudes de la séquence.

Nous comparerons plus loin les magnitudes des étoiles des S. A. à l'échelle internationale.

### Les cartes de Franklin Adams.

Ces cartes ont été prises avec une lentille Cook de 25 cm. 4 d'ouverture et de 110 centimètres de foyer. Chacune embrasse un carré de 15° de côté. L'échelle est 30' par centimètre.

Deux séries de clichés ont été prises de 1903 à 1912 avec cet instrument, la première à Mervel Hill en Angleterre, la seconde au Cap de Bonne Espérance et à Johannesburg, la seconde complète la première dans l'hémisphère austral. Les poses étaient de deux heures à deux heures et demi, et les clichés contiennent les étoiles jusqu'à la 17<sup>e</sup> grandeur. Le résultat de ces observations fut publié en 1916 sous forme de cartes.

Ces cartes, au nombre de 206, couvrent le ciel entier, elles sont publiées sous la forme de négatifs sur papier de mêmes dimensions que les clichés originaux : 38 × 38 cm. Elles sont un précieux auxiliaire pour les astronomes, car sous une forme maniable elles donnent une description précise de vastes étendues de la sphère céleste.

Au point de vue qui nous occupe elles ont été utilisées par Chapman et Melotte pour faire des dénombrements d'étoiles <sup>(1)</sup>.

---

<sup>(1)</sup> Voir également : *Star Gauges at the Observatory of Lunds*. Charlier, *Medd. Lund.*, ser. II, n° 31, 1923.



### Dénombrements de Chapman et Melotte.

Chapman et Melotte <sup>(1)</sup> divisèrent le ciel en 9 zones limitées par des parallèles galactiques :

$$\text{zone I} \quad -10^\circ < b < +10^\circ$$

$$\text{zone II} \quad \mp 10^\circ < b < \mp 20^\circ$$

$$\text{zone IX} \quad \mp 80^\circ < b < \mp 90^\circ$$

Pour chacune des zones ils déterminèrent  $N_m(b)$ , nombre d'étoiles plus brillantes que la grandeur apparente  $m$ , par degré carré en utilisant :

Les catalogues dressés par Pickering et publiés dans les *Annales de Harvard* pour les étoiles plus brillantes que la 3<sup>e</sup> grandeur.

De la 4<sup>e</sup> à la 7<sup>e</sup> grandeur, la Göttinger Aktinometrie de Schwarzschild.

De la 7<sup>e</sup> à la 9<sup>e</sup> le catalogue de magnitudes photographiques dressé à l'Observatoire de Greenwich.

De la 9<sup>e</sup> à la 12<sup>e</sup> le catalogue astrophotographique de la zone de Greenwich.

Enfin de la 12<sup>e</sup> à la 17<sup>e</sup>, 30 cartes de Franklin Adams.

Nous avons déjà parlé des trois premiers catalogues, nous parlerons plus loin du 4<sup>e</sup>, ils ne contiennent du reste que les étoiles les plus brillantes.

Pour faire les dénombrements d'étoiles de la 12<sup>e</sup> à la 17<sup>e</sup> grandeur, on se contentait de dénombrer les étoiles dans 25 régions de chaque cliché contenant chacune une soixantaine d'étoiles.

Naturellement il fallait tenir compte de la correction de distance au centre et étalonner l'échelle de magnitude de chaque carte.

Cet étalonnage se faisait au moyen des étoiles de la région centrale : une série de clichés destinés à cet usage avait été prise avec le télescope de 75 centimètres de Greenwich en posant sur

---

<sup>(1)</sup> Number of stars to the 17<sup>e</sup> photographic magnitude at different galactic latitudes. Chapman et Melotte, *Memoirs of the royal astronomical Society*, vol. LX. 1915 et The Number and galactic distribution of the stars. Chapman, *Monthly Notices*, vol. 78, p. 66. 1917.

cette région centrale puis, avec le même temps de pose, sur la séquence polaire. La mesure de ces clichés donnait l'échelle de magnitudes de la région centrale de chaque cliché ramenée à l'échelle de H. A. 71.

Les densités stellaires étant ainsi déterminées pour chacune des 30 cartes, Chapmann et Melotte réunissaient les cartes qui correspondent à la même zone galactique et adoptaient pour  $N_m$  d'une zone la moyenne arithmétique des valeurs obtenues pour les clichés de cette zone.

Voici les résultats de ces dénombrements pour quelques grandeurs pour chaque zone et pour le ciel entier réduits à l'échelle photographique internationale :

$N_m$  nombre d'étoiles plus brillantes que la magnitude  $m$   
par degré carré, d'après Chapman et Melotte.

Zone	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	Ensemble du ciel
$b$	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	90°
$m$									
5	0,0282	0,0235	0,0151	0,0115	0,0112	0,0110	0,0132	0,0135	0,0171
6	0,0955	0,0832	0,0589	0,0468	0,0427	0,0380	0,0427	0,0447	0,0615
7	0,295	0,263	0,200	0,162	0,138	0,123	0,126	0,132	0,197
8	0,933	0,832	0,676	0,537	0,427	0,380	0,372	0,372	0,626
9	2,69	2,34	2,00	1,59	1,20	1,12	1,02	1,00	1,80
10	8,71	6,03	5,25	4,07	3,02	2,82	2,51	2,34	4,92
11	16,6	15,1	13,8	10,2	7,41	7,08	6,61	5,62	11,51
12	70,8	50,1	40,7	34,7	22,4	20,0	10,8	15,1	38,6
13	148	102	89,1	77,6	47,9	39,8	30,2	32,4	82,1
14	347	240	182	132	89,1	75,9	81,3	61,7	176
15	759	525	355	269	166	120	151	112	365
16	1590	1200	794	589	347	295	269	209	792

On en déduit le nombre total  $N_m$  d'étoiles du ciel plus brillantes que la magnitude photographique  $m$ , le rapport d'étoiles

$$R = \frac{N_m}{N_{m-1}}$$

et la concentration galactique. Nous adopterons ici :

$$\text{Concentration} = \frac{\text{Nombre d'étoiles par degré carré de } -10^{\circ} < b < +10^{\circ}}{\text{Nombre d'étoiles par degré carré de } \mp 70^{\circ} < b < \mp 90^{\circ}}$$

Magnitude photographique	Nombre total d'étoiles	Rapport d'étoiles	Concentration galactique
5,0	707		2,4
6,0	2.537	3,59	2,4
7	8.110	3,20	2,2
8	25.827	3,18	2,5
9	74.243	2,87	2,7
10	202.920	2,73	3,7
11	474.670	2,34	3,0
12	1.591.470	3,35	4,7
13	3.384.900	2,13	4,6
14	7.281.000	2,45	5,6
15	15.058.000	2,07	6,8
16	32.670.000	2,17	7,6

Je pense qu'il serait intéressant de reprendre des dénombrements d'étoiles sur les cartes de Franklin Adams en déterminant à nouveau l'échelle photométrique de chaque carte.

### Le catalogue astrographique et la carte du ciel.

Vers 1880 Paul et Prosper Henry, astronomes à l'Observatoire de Paris, fondèrent l'entreprise de la Carte du Ciel.

On avait entrepris à Paris l'établissement de cartes de la région du ciel avoisinant l'écliptique ; ces cartes auxquelles travaillaient Chacornac, Ch. Wolf, Ch. André, B. Baillaud et les frères Henry eux-mêmes, exigeaient un très long travail car il fallait déterminer au moyen d'un instrument méridien les positions individuelles des étoiles jusqu'à la 10<sup>e</sup> grandeur et reporter ces positions sur une carte.

Lorsqu'ils arrivèrent dans la région qui traverse la voie lactée, les frères Henry se trouvèrent en présence d'un si grand nombre d'étoiles à observer qu'il leur fallut imaginer un procédé plus expéditif. Ils eurent l'idée de photographier le ciel et de déduire les ascensions droites et les déclinaisons des étoiles de leurs positions mesurées sur les clichés. Bien vite ils comprirent que cette méthode devait s'appliquer non plus seulement au but un peu

restreint de la construction des cartes écliptiques, mais à l'établissement d'un catalogue photographique embrassant le ciel entier.

Ce travail dépassait les forces d'un seul observatoire. Aussi le directeur de l'Observatoire de Paris, l'Amiral Mouchez, convoqua un premier congrès international à l'Observatoire de Paris en 1887, aidé en cela par Sir David Gill et Otto Struve.

D'autres congrès se réunirent par la suite et modifièrent quelque peu les décisions du premier. Voici en ses grandes lignes en quoi consiste cette vaste entreprise :

18 observatoires se partagent le ciel divisé en zones de déclinaisons :

Zones déclinaison	Nombre de champs	Observatoires	
		en 1894	en 1928
+ 90° à + 65°	1.049	Greenwich	Greenwich
+ 64° à + 55°	1.040	Vatican	Vatican *
+ 54° à + 47°	1.008	Catane	Catane
+ 46° à + 40°	1.008	Helsingfors	Helsingfors
+ 39° à + 32°	1.232	Potsdam	Uccle, Oxford *
+ 31° à + 25°	1.180	Oxford	Oxford
+ 24° à + 18°	1.260	Paris	Paris *
+ 17° à + 11°	1.260	Bordeaux	Bordeaux *
+ 10° à + 5°	1.080	Toulouse	Toulouse *
+ 4° à — 2°	1.260	Alger	Alger *
— 3° à — 9°	1.260	San Fernando	San Fernando *
— 10° à — 16°	1.260	Tacubaya	Tacubaya *
— 17° à — 23°	1.260	Santiago	Hyderabad
— 24° à — 31°	1.360	La Plata	Cordoba *
— 32° à — 40°	1.376	Rio de Janeiro	Perth Edinburgh
— 41° à — 51°	1.512	Le Cap	Le Cap
— 52° à — 64°	1.400	Sydney	Sydney
— 65° à — 90°	1.149	Melbourne	Melbourne

(L'astérisque \* désigne les observatoires qui ont entrepris la publication de la Carte par le procédé français).

Ces observatoires disposent d'instruments tous identiques entre eux, conformément au modèle établi par les frères Henry : C'est un équatorial à monture anglaise constitué par deux lunettes à axes parallèles. La lunette photographique a 36 centimètres d'ouverture et 376 centimètres de distance focale, à son foyer 1 millimètre représente une minute d'arc, les plaques utilisées sont de dimensions 16 × 16. Chaque carte donne l'image d'un carré du



ciel de plus de deux degrés de côté. Avant de prendre une photographie on imprime sur la plaque un réseau formé de deux séries de traits rectangulaires distants de 5 millimètres.

La lunette viseur a 25 centimètres d'ouverture.

**Le catalogue astrographique.** — Les clichés du catalogue comprennent trois poses de 10 min., 5 min. et 2 min. prises en ligne droite sur la même plaque. Les coordonnées  $X$  et  $Y$  et les magnitudes provisoires  $m$  de toutes les étoiles de ces clichés sont mesurées et publiées par chaque observatoire. Pour chaque cliché on a déterminé les constantes au moyen de 16 étoiles d' $\alpha$  et  $\delta$  connus, tirées des catalogues méridiens.

Les centres des champs photographiés sont répartis de manière que chaque cliché empiète légèrement sur ses voisins. Ils sont distants en déclinaison de  $2^\circ$  et en ascension droite de 8 minutes près de l'équateur.

Après 40 ans de travail le catalogue photographique est presque entièrement publié. La plupart des observatoires ont publié toutes leurs zones, généralement les clichés de même déclinaison contribuent à former un même volume du catalogue. Il serait hautement désirable que les observatoires qui n'ont pas achevé leur tâche s'en acquittent à bref délai pour ne pas créer de lacune dans ce magnifique monument de l'astronomie moderne.

Le catalogue contient toutes les étoiles jusqu'à une magnitude limite qui varie d'un cliché à un autre mais qui reste comprise entre 12,0 et 13,5. Ses positions sont très précises, malheureusement ses grandeurs le sont moins et nous les discuterons tout à l'heure.

Il est dans le programme du catalogue de calculer les  $\alpha$  et  $\delta$  à partir des  $X$  et  $Y$  et de les publier. Sans doute cela serait utile car, dans certains cas, pour se servir de ce catalogue, il faut transformer les  $X$  et  $Y$  en  $\alpha$  et  $\delta$  pour les étoiles dont on a besoin et c'est là un travail ingrat qui fait parfois reculer des astronomes. Mais ce calcul des  $\alpha$  et  $\delta$  ne peut se faire que par une suite d'approximations; en effet si les  $X$  et  $Y$  mesurés sur les clichés sont définitifs, les constantes qui permettent de passer de ces coordonnées aux  $\alpha$  et  $\delta$  ne le sont pas, car elles sont basées sur les  $\alpha$  et  $\delta$  des étoiles de repère qui ne sont que provisoires. Il faut donc, avant de calculer les  $\alpha$  et  $\delta$  de toutes les étoiles du catalogue,

déterminer plus exactement les positions des étoiles de repère. De plus le calcul de la précession se fait plus rapidement sur les constantes des clichés que sur les  $\alpha$ ,  $\delta$  des étoiles ; aussi n'est-il pas opportun de calculer les  $\alpha$  et  $\delta$  des étoiles du catalogue.

Nous parlerons plus loin des magnitudes pour lesquelles la détermination précise serait relativement facile.

**La Carte du Ciel** (C. D. C.). — La seconde tâche imposée aux observatoires qui collaborent à cette entreprise internationale est celle de la carte du ciel.

Les clichés de la carte sont pris avec l'instrument que nous avons décrit, en 30 minutes de pose ; pour distinguer les étoiles des défauts de la plaque, on fait sur le même cliché 3 poses de 30 minutes, disposées en triangle.

Ces cartes contiennent toutes les étoiles jusqu'à une magnitude limite comprise entre 14 et 15,5.

Les clichés de la carte ne sont pas mesurés comme ceux du catalogue, ils sont reproduits à un grand nombre d'exemplaires, en cartes de dimensions doubles de celles des clichés originaux. Pour donner à cette œuvre un caractère durable (le gélatine risque de se décoller au bout de quelques lustres), l'Observatoire de Paris a fait reproduire ses clichés de la carte en héliogravure et en conserve les cuivres. Ces cuivres constitueront pour l'avenir un document d'une valeur inestimable, il est fâcheux que tous les observatoires n'aient pas suivi cet exemple. Les magnitudes de la carte comme celles du catalogue sont des magnitudes provisoires.

La carte photographique est aussi sur le point d'être achevée. Ce sera, pour la génération qui va venir, un travail important que de reprendre ces clichés et d'en déduire les mouvements propres des étoiles.

**L'échelle de magnitudes du catalogue astrographique.** — Elle a été déterminée de diverses manières par les divers observatoires qui ont contribué à l'élaboration du catalogue. Nous décrirons la méthode de l'Observatoire de Paris.

On mesure sur les clichés les magnitudes provisoires déterminées par comparaison de chaque étoile du cliché à une échelle de grandeurs établie comme nous l'avons exposé dans le fasci-

cule précédent. Il restait à passer de ces magnitudes provisoires aux magnitudes photographiques, il eut fallu pour cela posséder les magnitudes photographiques de quelques étoiles du cliché comparées directement soit à la séquence polaire, soit aux séquences de Miss Leawitt soit à des S. A. Malheureusement de telles étoiles font défaut, c'est là une lacune à combler.

À défaut de mieux on a procédé de la manière suivante : On a admis entre les magnitudes vraies  $m$  et les magnitudes provisoires  $m_{\text{prov.}}$  une relation de la forme :

$$m = a. m_{\text{prov.}} + b$$

(on a même adopté  $a = 1$ , pour la zone  $+ 18^\circ$ ) et on a déterminé les constantes au moyen des étoiles du cliché qui figurent dans la Bonner Durchmusterung d'Argelander et dont ce catalogue donne les magnitudes.

Ces résultats ainsi obtenus ne sont pas bien certains car les magnitudes  $m_{\text{prov.}}$  sont photographiques, alors que celles de la B. D. sont visuelles ; et l'on sait qu'en général les magnitudes photographiques et visuelles d'une même étoile diffèrent considérablement (de 0,3 pour les étoiles O et B à  $+ 1,6$  pour les étoiles M).

Aussi peut-on se demander ce que signifient les magnitudes du catalogue de Paris ; elles ont tout au moins la valeur de bonnes magnitudes provisoires dont la précision est 0,1 grandeur.

Une étude statistique des magnitudes du catalogue de Paris a été faite par M. Jules Baillaud, Mlle Clavier et Mlle Lhomme, qui ont comparé les magnitudes d'étoiles figurant dans le catalogue et dans d'autres catalogues photographiques. Le résultat assez surprenant est que, en moyenne, les magnitudes du catalogue de Paris ne présentent pas d'erreurs systématiques supérieures à 0,1. Il faut entendre par là que si on prend la moyenne des grandeurs d'un grand nombre d'étoiles on ne trouve pas d'erreurs sensibles avec la moyenne de leurs grandeurs vraies. Par contre les magnitudes prises individuellement présentent des écarts plus sensibles.

**Dénombrements déduits du catalogue astrographique.** — Les magnitudes données dans ce catalogue ne doivent en général être considérées que comme provisoires. Malgré cela, il a été utilisé pour étudier la répartition galactique des étoiles des

différentes grandeurs, nous allons voir au moyen de quelle méthode.

Turner a entrepris le dénombrement des étoiles du catalogue astrographique par latitudes galactiques et par magnitudes pour les zones publiées jusqu'en 1926.

Ce travail de dénombrement est considérable, il porte actuellement sur 1.400.000 étoiles, ses résultats sont publiés dans divers volumes des *Monthly Notices* (de 72 à 85).

On doit cependant le considérer seulement comme un travail préparatoire aux travaux de statistique stellaire, car Turner s'est contenté de compter d'heure en heure le nombre des étoiles de chaque zone du catalogue, par magnitudes lues dans les catalogues, c'est-à-dire par magnitudes provisoires. Il a essayé de trouver les magnitudes vraies, mais cette tentative de Turner ne semble pas satisfaisante; les résultats de Turner sont des dénombrements bruts et ne sont pas rattachés à l'échelle internationale.

**Échelle de magnitudes de Seares.** — Seares <sup>(1)</sup> a utilisé les dénombrements de Turner et a évalué les corrections à apporter aux magnitudes provisoires des diverses zones du catalogue pour avoir les magnitudes rapportées à l'échelle internationale.

Voici en quoi consiste la méthode de Seares :

Soient  $m_1$  les magnitudes provisoires lues dans le catalogue. Seares admet que pour tous les clichés de même  $\delta$ ,  $m_1$  correspond à la même magnitude vraie  $m$ . Il détermine  $m$  pour quelques valeurs de  $m_1$  :

Considérons une zone de déclinaison  $\delta$ , Seares range les clichés de cette zone par latitudes galactiques. Puis, pour chaque latitude galactique  $b$ , il forme la valeur moyenne  $\overline{\log N_{m_1}}$  de  $\log N_{m_1}$  nombre d'étoiles du catalogue plus brillantes que la magnitude provisoire  $m_1$  (ces nombres se déduisent immédiatement des statistiques de Turner).

Soit  $\log N_m(b)$  le nombre d'étoiles plus brillantes que la magnitude  $m$  à la latitude  $b$ , tiré d'un travail que l'on considère comme exact et que nous appellerons dénombrement standard; ces nom-

<sup>(1)</sup> A determination of the galactic condensation from certain zones of the astrographic catalogue. F. H. Seares, *Contributions from the Mount Wilson* n° 35 et *Astrophysical Journal*, vol. 46, p. 117. 1917.



bres sont tirés par exemple du travail de Kapteyn que nous avons cité et qui est publié dans le volume 18 des Groningen Publications.

Seares adopte pour  $m$  fonction de  $m_1$  la valeur définie par :

$$\log N_m(b) = \overline{\log N_{m_1}}(b)$$

Seares obtient ainsi  $m$  pour diverses latitudes. Il adopte pour valeur finale pour toute la zone la moyenne des valeurs de  $m$  ainsi obtenues.

En somme, Seares détermine les grandeurs du catalogue astrographique de telle sorte que ce catalogue donne pour les dénombrements d'étoiles le même résultat qu'un catalogue standard pris comme base.

Seares a fait ce travail de détermination des grandeurs du catalogue à trois reprises :

1) En 1917 <sup>(1)</sup> il utilisa les dénombrements de Turner faits jusqu'à cette époque dans 12 zones astrographiques et prit comme dénombrements standard ceux que Kapteyn avait publiés en 1909 dans le volume 18 des Groningen Publications et dont nous avons parlé.

2) En 1925 <sup>(2)</sup>, Seares reprit ce travail en utilisant cette fois 1.400.000 étoiles dénombrées par Turner dans 33 zones astrographiques et en prenant pour dénombrements standard ceux que Van Rhijn avait publiés en 1917 dans le volume 27 des Groningen Publications et dont nous parlons un peu plus loin.

3) A nouveau en 1925 <sup>(3)</sup>, Seares détermina l'échelle de magnitude pour 39 zones astrographiques en prenant pour dénombrements standard ceux qu'il avait faits lui-même avec l'échelle 2, cette troisième détermination est en quelque sorte une seconde approximation de la précédente. C'est la plus récente.

Nous citerons les résultats de ces dénombrements en même temps que ceux que Seares a déduits de l'étude des S. A.

**Critique de la méthode de Seares.** — La méthode de Seares pour obtenir l'échelle des magnitudes du catalogue astrographique ne satisfait pas pleinement.

<sup>(1)</sup> *Contributions from the Mount Wilson*, n° 135, 1917.

<sup>(2)</sup> Mean distribution of stars according to apparent magnitude and galactic latitude. Seares, Van Rhijn, Joyner, Richmond, *Contributions from the Mount Wilson*, n° 301 et *Astrophysical Journal*, vol. 72, p. 320, 1925.

<sup>(3)</sup> Reduction of thirty nine astrographic zones to the international photographic scale. *Contributions from the Mount Wilson*, n° 305, 1925.

Il serait évidemment préférable d'établir directement cette échelle pour chaque cliché du catalogue en le comparant à la séquence polaire. Mais pour cela il serait nécessaire de photographier sur une même plaque chaque région et la séquence polaire avec des durées de pose égales et ce travail serait trop long.

Turner avait proposé en 1909, au comité de la C. D. C. de Paris de faire cette comparaison au moins pour quelques clichés de chaque zone de déclinaison, par exemple pour des clichés pris d'heure en heure. Comme les clichés empiètent un peu les uns sur les autres on aurait pu ainsi étendre de proche en proche l'échelle de magnitudes d'un cliché à ses voisins et étalonner ainsi tout le catalogue. Malheureusement l'instrument de la C. D. C. est monté à l'anglaise et ne permet pas de photographier le pôle. Pour mettre en pratique la suggestion de Turner il aurait fallu un nouvel instrument dans chacun des observatoires collaborant à la C. D. C. Il faudra bien y venir un jour ou l'autre si on ne veut pas qu'une des plus belles entreprises internationales présente à sa base un tel défaut.

Quoi qu'il en soit, on ne dispose actuellement pour le catalogue astrographique que de l'échelle déterminée par Seares, on ne peut faire mieux avec les données de l'observation. Discutons cette méthode de Seares :

À première vue, il semble que cette méthode constitue un cercle vicieux :

Nous voulons déduire du catalogue photographique le nombre d'étoiles d'une magnitude donnée et nous déterminons précisément les magnitudes de manière que les dénombrements nous donnent des résultats déjà connus tirés d'un catalogue standard, celui de Van Rhijn par exemple.

Il semble donc que cette étude du catalogue soit inutile et ne doive rien nous donner de plus que les dénombrements de Van Rhijn.

Mais cela n'est vrai qu'en partie :

Une zone de déclinaison du catalogue coupe en effet toute une série de zones de latitude galactique. On admet que l'échelle de magnitudes est la même pour toute la zone de déclinaison, on corrige l'échelle du catalogue pour chaque cliché de façon à déduire de ce cliché le même nombre d'étoiles que le catalogue de Van

Rhijn pour la latitude galactique du cliché. Puis on prend la moyenne des corrections ainsi obtenues pour tous les clichés de la zone.

A peu de choses près cela revient à corriger l'échelle du catalogue de façon qu'il donne les mêmes résultats que les dénombrements de Van Rhijn pour  $N_m$  nombre moyen d'étoiles *dans tout le ciel*.

Si donc on n'évite pas l'inconvénient que nous avons signalé, il n'en reste pas moins vrai que pour les diverses latitudes le catalogue astrographique ainsi corrigé donne des résultats personnels ; ce n'est que pour l'ensemble du ciel qu'il redonnera les résultats de Van Rhijn.

Par exemple la concentration galactique peut être tout à fait différente d'après Van Rhijn et d'après le catalogue astrographique corrigé.

Faute de mieux la méthode de Seares doit donc rendre des services.

### Les aires de Kapteyn ou « Selected Areas ».

Avant même l'achèvement du catalogue astrographique, on s'aperçut que ses données seraient d'une utilisation peu commode pour l'étude de la répartition des étoiles :

L'échelle de magnitudes des divers champs de la C. D. C. est, comme nous l'avons vu, très incertaine. Par ailleurs les dénombrements sur les cartes seraient fort longs, ils porteraient sur 20 à 40 millions d'étoiles.

La magnitude limite des étoiles de la C. D. C. n'est que de 14,5 à 15,0 alors que l'on peut atteindre les étoiles de 20<sup>e</sup> grandeur si on le veut.

La carte du ciel est une œuvre qui sera surtout utilisée dans l'avenir et les astronomes avides de résultats plus immédiats ne peuvent en tirer grand profit.

Kapteyn proposa alors aux astronomes d'exécuter un travail d'après le plan suivant :

Il choisit dans le ciel 206 points répartis à peu près régulièrement de 15 en 15 degrés de déclinaison et d'heure en heure d'ascension droite près de l'équateur.

On devait se borner à étudier des champs stellaires, dits aires de Kapteyn ou Selected Areas ou S. A., de 30' à 1 degré de côté, centrés sur ces points, mais en cherchant à obtenir dans ces champs les étoiles le plus faibles possible, et le plus de renseignements possible sur ces étoiles.

L'étendue d'une S. A. est en moyenne de 1 degré carré, les S. A. réunies ne couvrent donc que le  $\frac{1}{200}$  de la surface totale du ciel.

Mais ce que l'on perd en extension on le gagne en profondeur puisqu'on a pu étudier en 20 ans les étoiles des S. A. jusqu'à la 19<sup>e</sup> grandeur.

Au point de vue qui nous occupe deux études fondamentales ont été faites sur les S. A. :

1) L'une due à Van Rhijn et publiée en 1917 est basée sur les clichés pris à Harvard et étudiés à Groningue. Elle porte sur les étoiles jusqu'à la grandeur 13,5, les S. A. ont de 40' à 80' de diamètre.

2) L'autre due à Seares, et publiée en 1925 a pour base des clichés pris au Mont Wilson avec le télescope de 1 m. 52. Si les champs du Mont Wilson sont plus restreints que ceux de Harvard et n'ont que 20' de diamètre, les dernières étoiles photographiées sont de 19<sup>e</sup> et parfois de 21<sup>e</sup> grandeur.

Nous allons étudier ces deux travaux.

### Le travail de Van Rhijn d'après les clichés de Harvard.

Ce travail <sup>(1)</sup> est une étude de la répartition apparente des étoiles par magnitudes photographiques et par latitude galactique jusqu'à la 16<sup>e</sup> grandeur. Le matériel utilisé est tiré des catalogues suivants :

1) Pour les étoiles visibles à l'œil nu ( $m < 5,5$ ) les grandeurs sont tirées du catalogue H. A. 50. On sait que dans ce catalogue on donne les magnitudes visuelles des astres. Mais d'autre part on connaît les types spectraux de toutes ces étoiles, il est donc facile d'en déduire la grandeur photographique d'après :

$$m_{\text{phot.}} = m_{\text{vis.}} + \text{indice de coloration}$$

---

(1) Van Rhijn, *Groningen Publications* n° 27. 1917.



en adoptant pour l'indice de coloration de chaque étoile la valeur qui correspond à son type spectral d'après les recherches de Pickering.

2) Pour les étoiles de  $5,5 < m < 7,0$ , Van Rhijn a utilisé la Gottinger Aktinométrie qui, comme nous l'avons dit, donne les magnitudes photographiques des étoiles de

$$0 < \delta < 20^\circ$$

Ce catalogue est en accord avec la séquence d'Harvard (H. A. 71).

3) Pour  $6,5 < m < 8,5$ , Van Rhijn utilise le catalogue de Greenwich de grandeurs photographiques qui s'étend à la zone

$$65^\circ < \delta.$$

Ces dénombrements d'étoiles ont déjà été faits par Chapman et Melotte, mais comme ce catalogue est basé sur la séquence polaire de H. C. 170, Van Rhijn a apporté aux dénombrements de Chapman et Melotte les corrections nécessaires pour amener l'échelle des grandeurs à celle de H. A. 71.

4) Enfin pour les grandeurs  $10 < m < 15,5$ , Van Rhijn utilise les dénombrements faits sur les clichés des S. A. pris à Harvard <sup>(1)</sup>.

Ces clichés ont été pris au Meltealf telescope. Les grandeurs des étoiles relativement brillantes ont été déterminées au moyen de clichés de comparaison avec la séquence polaire (H. A. 71) pris à Harvard, l'échelle pour les étoiles faibles était déterminée par la méthode du prisme. Les clichés ont été mesurés à Groningue où on a dénombré les étoiles de  $\frac{1}{2}$  en  $\frac{1}{2}$  grandeur pour chaque S. A.

Une fois ces dénombrements effectués, Van Rhijn réunit dans un même groupe toutes les régions de même latitude galactique et pour chaque latitude et chaque valeur de  $m$  il prend la moyenne des valeurs de  $N_m$  obtenues (nombre d'étoiles plus brillantes que la grandeur photographique  $m$  par degré carré).

---

<sup>(1)</sup> *Harvard Annals*, vol. 101, 102 et 103.

Il prend ensuite la moyenne de  $N_m$  pour des intervalles de latitude plus étendus :

$$- 20^\circ < b < + 20^\circ$$

$$\mp 20^\circ < b < \mp 40^\circ$$

$$\mp 40^\circ < b < \mp 90^\circ$$

Puis la moyenne pour le ciel entier. On en déduit le nombre total des étoiles du ciel jusqu'à la magnitude  $m$ .

**Réduction de la « Harvard Groningen Durchmusterung of Selected areas » à l'échelle internationale.** — Il est important de signaler la correction à apporter aux magnitudes des étoiles des S. A. déterminées à Harvard et publiées dans les *Annales d'Harvard*, n<sup>os</sup> 101, 102 et 103 pour les réduire à l'échelle internationale.

D'une part ce catalogue de magnitudes d'étoiles des S. A. sert parfois de séquence photométrique pour déterminer des magnitudes par comparaison avec une séquence ; comme on adopte presque toujours l'échelle internationale il faut connaître les corrections à apporter aux magnitudes de la Harvard Groningue Durchmusterung of S. A. pour réduire l'échelle de ce catalogue à l'échelle internationale.

Comme nous venons de le dire les magnitudes du catalogue de Harvard ont été obtenues par comparaison avec l'échelle de la séquence polaire nord, dite H. A. 71. Il semble donc que, pour réduire l'échelle des magnitudes de la Harvard Groningue Durchmusterung, il suffise de lui apporter la correction  $m_{\text{int}} - m_{\text{H. A. 71}}$  signalée tout à l'heure. Mais cela est insuffisant comme l'a montré Seares <sup>(1)</sup>. Les magnitudes du catalogue de Harvard ont en effet été déterminées avec un instrument, le télescope Metcalf de 16 inch de cet observatoire, qui présente une équation de couleur ; pour tenir compte de celle-ci, il faut

---

(<sup>1</sup>) Reduction of the Harvard Groningen Durchmusterung of Selected Areas to the international system of magnitude and color. F. H. Seares, M. C. Joyner, M. L. Richmond. *Contributions from the Mount Wilson* n<sup>o</sup> 289 ou *Astrophysical Journal*, vol. 61, p. 303 (1925).

apporter aux magnitudes la correction  $+ 0,21 C$  où  $C$  désigne l'indice de couleur de l'étoile considérée.

En combinant la correction (H. A. 71, échelle internationale) et cette correction de couleur on a ainsi pour les étoiles plus brillantes que la 10<sup>e</sup> grandeur la correction :

$$m_{\text{intern.}} = m_{\text{Harv.}} + 0,06 (m_{\text{Harv.}} - 6,0) + 0,21 C.$$

Malheureusement on ne connaît pas les indices des étoiles faibles et le plus simple est de procéder empiriquement.

C'est ce qu'a fait Seares dans le travail précité, il a comparé directement les magnitudes des étoiles communes au catalogue d'Harvard des S. A. et à celles du catalogue du Mont Wilson. Ce dernier donne en effet les magnitudes des étoiles des S. A. rapportées directement à la séquence internationale, nous en parlerons tout à l'heure.

Dans le travail de Seares (Contrib. du Mont Wilson, n° 303) on trouvera pour chaque S. A. (du n° 1 à 139) et pour chaque demi-magnitude de 10 à 17, la correction à apporter aux magnitudes de Harvard pour les réduire à celles du Mont Wilson, c'est-à-dire à l'échelle internationale. Cette table est obtenue en prenant pour chaque magnitude la moyenne  $m_{\text{M. Wilson}} - m_{\text{Harv.}}$ .

Ces corrections varient d'une S. A. à l'autre, voici leur valeur moyenne :

$m_{\text{Harv. Ann. 101, 102, 103}}$	$m_{\text{internation.}} - m_{\text{Harv.}}$
4	- 0,08
5	- 0,06
6	- 0,03
7	+ 0,03
8	+ 0,08
9	+ 0,14
10	+ 0,36
11	+ 0,40
12	+ 0,40
13	+ 0,38
14	+ 0,32
15	+ 0,26
16	+ 0,16

Les dénombrements d'étoiles de Van Rhijn faits d'après les catalogues de Harvard que nous donnons ci-dessous ont été corrigés d'après le tableau précédent. Il importe de rappeler que dans une comparaison photométrique avec une S. A. d'Harvard il faut appliquer non pas les corrections précédentes mais celles

qui sont particulières à cette S. A. et qui ont été données par Seares.

**Nombre d'étoiles plus brillantes que la grandeur photographique  $m$  d'après Van Rhijn (S. A. de Harvard Groningue) pour diverses latitudes et diverses magnitudes.**

$m$	Nombre moyen par degré carré			Nombre moyen par degré carré pour le ciel entier	Concentration galactique $c$	Nombre total d'étoiles du ciel
	$-20^{\circ} < b < +20^{\circ}$	$\pm 20^{\circ} < b < \pm 40^{\circ}$	$\pm 40^{\circ} < b < \pm 90^{\circ}$			
4,0	0,013	0,006	0,005	0,0079	2,5	326
5,0	0,040	0,018	0,016	0,0245	2,5	1.010
6,0	0,118	0,062	0,047	0,0732	2,5	3.020
7,0	0,327	0,191	0,135	0,212	2,4	8.730
8,0	0,917	0,572	0,385	0,621	2,4	25.600
9,0	2,50	1,62	1,06	1,69	2,3	69.600
10,0	5,72	3,81	2,34	3,87	2,5	159.600
11,0	16,3	9,96	5,93	10,5	2,8	435.000
12,0	44,3	25,7	13,9	27,4	3,2	1 130.000
13,0	112	60,0	30,2	65,9	3,7	2.720.000
14,0	265	131	62,5	150,5	4,2	9.210.000
15,0	602	280	123	322	4,8	13.300.000
16,0	1340	591	245	713	5,5	29.400.000

Van Rhijn a comparé ses résultats à ceux de Chapman et Melotte et à ceux de Kapteyn nous reviendrons sur ce point à la fin de ce fascicule.

### Les recherches de Seares (Mont Wilson).

L'observatoire du Mont Wilson a entrepris de son côté une étude des S. A.

L'instrument utilisé était le grand télescope de 1 m. 52, si le champ de cet instrument est assez restreint, son ouverture permet d'atteindre des étoiles très faibles.

Alors que les S. A. de Harvard ont environ  $1^{\circ}$  de diamètre, ceux du Mont Wilson n'ont que  $20'$ .

Mais les étoiles photographiées à Harvard sont plus brillantes



que la grandeur 13,5 alors que le catalogue des S. A. du Mont Wilson contient des astres de 19<sup>e</sup> et de 20<sup>e</sup> grandeur.

Le travail a été fait par Seares, Van Rhijn et Mary C. Joyner <sup>(1)</sup>.

**Matériel utilisé.** — 1) Pour les étoiles de la 4<sup>e</sup> à la 9<sup>e</sup> grandeur on a repris sans les modifier les nombres donnés par Van Rhijn (G. P. 27) et précédemment cités.

2) De la 9<sup>e</sup> à la 13,5 grandeur les dénombrements d'étoiles sont déduits du catalogue astrographique dont l'échelle de grandeur a été étudiée par Seares lui-même d'après les travaux de Turner.

3) De la 13<sup>e</sup> à la 19<sup>e</sup> grandeur les dénombrements sont tirés du catalogue des S. A. du Mont Wilson pour les 139 premières S. A., et du catalogue de Harvard pour les 67 S. A. restantes. Au Mont Wilson on n'a pu en effet étudier que les 139 premières S. A. dont la déclinaison est supérieure à  $-30^\circ$  alors que l'observatoire de Harvard avait pu étudier toutes les S. A. grâce à sa station d'Aréquipa dans l'hémisphère sud.

Le catalogue du Mont Wilson contient au total 70.000 étoiles, situées dans des aires de  $15' \times 15'$  centrées sur les 139 premières S. A. Trois séries de clichés ont été prises avec le télescope de 1 m. 52 du Mont Wilson :

a) Une première série comprend deux poses de deux minutes et 15 minutes prises en plaçant une grille photométrique devant l'instrument.

b) Une seconde série comprend deux poses de 5 minutes et 1 heure.

c) Une troisième série est constituée par des poses de 2 minutes sur 6 S. A. et sur la séquence polaire.

On conçoit que de ces trois séries on ait pu déduire les magnitudes photographiques des étoiles des S. A. jusqu'à la magnitude 18,5.

Seares a déduit de ces dénombrements le nombre moyen d'étoiles par degré carré pour diverses latitudes galactiques  $b$  en prenant chaque fois la moyenne des valeurs de  $N_m$  pour les S. A. de même  $b$  :

Il est important de remarquer que pour former  $N_m$  correspondant à  $b = 20^\circ$  par exemple on réunit dans un même groupe les

---

<sup>(1)</sup> Seares. *Contributions from the Mount Wilson*, n° 301. 1925.

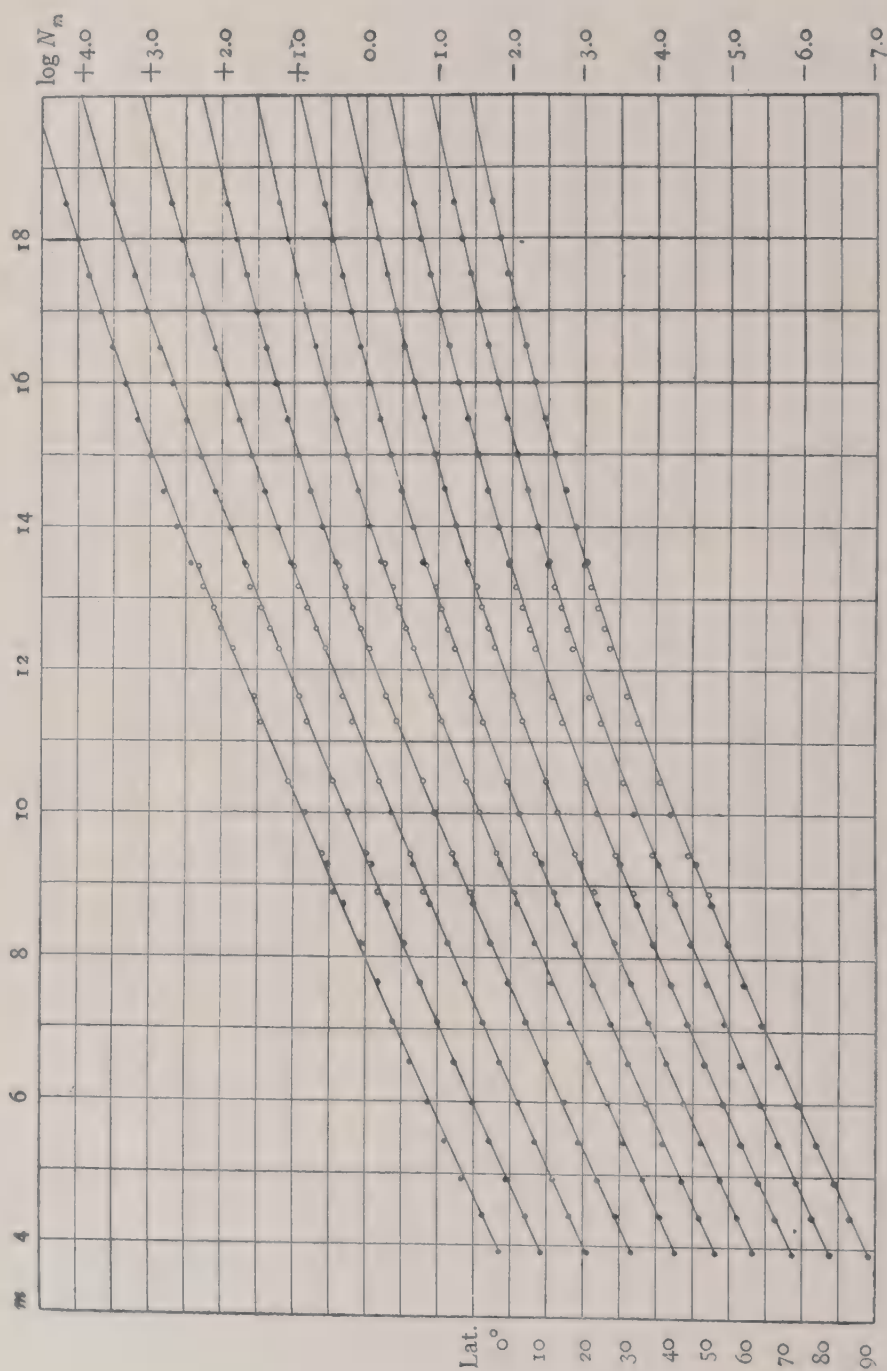


FIG. 4. — Valeurs moyennes de  $\log N_m$  d'après Scares.

Abcisses : Magnitude  $m$ .

Ordonnées : Logarithme du nombre moyen d'étoiles par degré carré jusqu'à la magnitude  $m$  pour 10 zones de latitude. L'échelle des ordonnées est relative à la latitude 0, pour une autre latitude  $b$ , ajouter 0,05  $b$  aux ordonnées lues.

S. A. de latitude comprise entre  $+15^\circ$  et  $+25^\circ$  et entre  $-25^\circ$  et  $-15^\circ$ . On prend donc la moyenne de  $N_m$  pour la latitude  $+b$  et pour la latitude  $-b$ .

On voit d'après cela que le matériel employé par Seares est plus homogène que celui de ses prédécesseurs.

Nous avons déjà exposé comment Seares a établi l'échelle de magnitudes du catalogue astrographique, le grand avantage de ce catalogue est de s'étendre à tout le ciel et de fournir la densité stellaire sur des surfaces étendues et très nombreuses de la sphère céleste ; les dénombrements de la 9<sup>e</sup> à la 13<sup>e</sup>5 grandeur utilisés par Seares et tirées de ce catalogue portent en effet sur 1.700.000 étoiles.

Pour dénombrer les étoiles de la 13<sup>e</sup> à la 19<sup>e</sup> grandeur Seares n'avait à sa disposition que les Selected Areas du Mont Wilson, excellentes parce qu'elles vont jusqu'à la magnitude 19, mais peu étendues en surface. Il suffit qu'une S. A. tombe par hasard dans une région obscure, un des « sacs à charbon » de Barnard dont nous parlerons dans un autre fascicule, pour donner des dénombrements déficitaires et modifier considérablement la moyenne des résultats pour sa latitude galactique.

Il suffit de même qu'une S. A. soit près d'un nuage galactique ou d'un amas étendu pour donner plus d'étoiles que n'en comporte sa latitude galactique.

De plus les S. A. sont disposées d'après les  $\alpha$  et  $\delta$  de leurs centres par files d'aires de même  $\delta$ . Il serait bien préférable pour des études comme celles de Seares que les S. A. soient disposées d'après  $l$  et  $b$  par files de  $b$  constant.

Voici maintenant  $N_m$  pour toutes les latitudes galactiques :

$\frac{b}{m}$	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
4,0	0,015	0,015	0,013	0,011	0,0097	0,008	0,007	0,006	0,005	0,005	0,0048	0,0046	0,0045
4,5	0,042	0,025	0,022	0,019	0,016	0,014	0,013	0,010	0,009	0,0087	0,0083	0,0079	0,0077
5,0	0,046	0,042	0,038	0,032	0,028	0,024	0,021	0,017	0,016	0,015	0,014	0,013	0,013
5,5	0,076	0,072	0,064	0,055	0,047	0,041	0,036	0,030	0,027	0,025	0,024	0,023	0,022
6,0	0,128	0,121	0,107	0,093	0,080	0,070	0,061	0,050	0,045	0,042	0,040	0,038	0,037
6,5	0,245	0,203	0,180	0,156	0,134	0,118	0,103	0,084	0,076	0,070	0,067	0,064	0,062
7,0	0,361	0,341	0,301	0,261	0,224	0,197	0,173	0,143	0,127	0,118	0,112	0,106	0,103
7,5	0,605	0,570	0,502	0,435	0,372	0,328	0,290	0,236	0,211	0,196	0,185	0,175	0,170
8,0	1,012	0,951	0,834	0,720	0,617	0,535	0,482	0,392	0,351	0,325	0,303	0,286	0,278
8,5	1,687	1,578	1,380	1,189	1,016	0,897	0,796	0,669	0,579	0,535	0,494	0,467	0,451
9,0	2,805	2,612	2,275	1,954	1,667	1,472	1,309	1,069	0,951	0,871	0,798	0,752	0,723
9,5	4,656	4,315	3,741	3,199	2,723	2,404	2,143	1,750	1,545	1,403	1,276	1,197	1,148
10,0	7,709	7,112	6,138	5,212	4,426	3,908	3,491	2,838	2,483	2,234	2,018	1,884	1,807
10,5	12,706	11,669	10,024	8,453	7,162	6,324	5,659	4,560	3,954	3,516	3,162	2,931	2,812
11,0	20,845	19,055	16,293	13,646	11,561	10,163	9,057	7,261	6,237	5,470	4,898	4,508	4,325
11,5	34,120	31,047	26,363	21,928	18,577	16,220	14,389	11,465	9,750	8,414	7,482	6,855	6,577
12,0	55,590	50,350	42,462	35,075	29,717	25,704	22,617	17,865	15,067	12,795	11,300	10,304	9,885
12,5	90,157	81,283	68,076	55,647	47,098	40,457	35,319	27,542	22,962	19,234	16,827	15,310	14,654
13,0	145,55	130,67	108,40	88,308	73,790	62,950	54,450	41,976	34,515	28,574	24,774	22,390	21,429
13,5	233,35	208,45	171,80	138,67	114,55	96,828	82,985	63,241	51,286	41,976	36,058	32,583	30,974
14,0	370,69	330,38	271,02	216,27	175,79	146,89	125,02	93,972	75,162	60,955	51,880	46,666	44,259
14,5	583,45	520,00	424,62	334,96	265,46	219,79	187,78	137,73	108,64	87,298	73,620	65,916	62,516
15,0	909,92	812,84	659,16	514,04	399,95	325,08	272,28	199,07	154,52	123,31	103,04	918,34	870,96
15,5	1402,6	1259,0	1016,4	781,63	594,27	475,33	393,55	283,44	216,27	171,79	142,23	126,18	119,68
16,0	2138,0	1927,5	1532,4	1174,9	872,98	687,07	551,45	396,29	298,66	236,05	193,64	171,00	162,55
16,5	3213,7	2917,4	2344,3	1745,8	1267,7	979,50	787,05	547,01	406,45	319,90	260,01	229,09	217,77
17,0	4775,4	4335,1	3499,5	2564,5	1819,7	1477,3	1086,4	743,01	545,78	427,56	345,15	303,39	287,74
17,5	7014,5	6412,1	5152,3	3724,0	2582,2	1909,9	1479,1	995,40	729,77	563,54	452,90	397,20	374,97
18,0	10187	9311,0	7481,2	5373,6	3622,4	2611,2	1986,1	1313,3	944,06	732,82	587,48	512,87	481,95
18,5	14622	13335	10715	7533,5	5093,5	3523,7	2630,3	1702,4	1216,2	939,72	751,62	653,13	612,35
19,0	20750	188,8	15136	10495	6886,5	4688,1	3435,4	2471,8	1546,3	1188,5	950,60	822,24	769,13
19,5	29040	26242	21084	14421	9311,0	6151,7	4425,9	2741,5	1936,4	1482,5	1182,5	1024,0	952,80
20,0	40087	36057	28973	19543	12445	7961,5	5623,4	3404,1	2393,3	1824,0	1459,8	1250,3	1163,1
20,5	54704	48865	39475	26122	16330	10016,2	7047,0	4459,1	2917,4	2213,4	1770,1	1510,1	1402,5
21,0	73620	65313	52120	34435	21183	12794	8689,6	5011,9	3507,5	2648,5	2118,3	1799,9	1667,2

Nombre moyen d'étoiles par degré carré plus brillantes que la magnitude photographique  $m$ , pour diverses latitudes galactiques  $b$ , d'après Seares.



Seares prend ensuite la moyenne des résultats précédents pour :

$$-20^{\circ} < b < +20^{\circ}$$

$$\mp 40^{\circ} < b < \mp 90^{\circ}$$

puis  $N_m$  moyen pour l'ensemble du ciel. On en déduit les concentrations galactiques  $C$  et  $c$  et le nombre total d'étoiles du ciel jusqu'à la magnitude  $m$  :

$m$	$g$	0°-20° Zone galactique. Nombre d'étoiles par degré carré	40°-90° Voisinage du pôle galactique. Nombre d'étoiles par degré carré	0°-90° Nombre moyen d'étoiles par degré carré	Concentration galactique		Nombre total d'étoiles du ciel
					$C$	$c$	
4		0,013	0,0053	0,0087	2,4	3,4	358
5		0,038	0,015	0,025	2,4	3,4	1.030
6		0,107	0,044	0,074	2,4	3,4	2.938
7		0,301	0,123	0,200	2,4	3,5	8.421
8		0,832	0,337	0,553	2,5	3,6	22.800
9		2,28	0,90	2,50	2,5	3,9	62.090
10		6,18	2,33	4,02	2,6	4,3	165.600
11		16,48	5,80	10,48	2,8	4,8	431.500
12		43,0	13,84	26,6	3,1	5,6	1.097.000
13		110,2	31,5	65,8	3,5	6,8	2.710.000
14		274,8	67,8	157,1	4,0	8,4	6.471.000
15		665,3	138,1	362,3	4,8	10,4	14.930.000
16		1.550	267	803	5,8	13,2	20.890.000
17		3.444	489	1.706	7,0	16,6	70.310.000
18		7.312	845	3.460	8,6	21,1	142.600.000
19		14.760	1.384	6.668	10,7	27,6	274.800.000
20		28.190	2.138	12.280	13,2	34,4	505.800.000
21		50.940	3.126	21.580	16,3	44,2	889.200.000

### Comparaison des résultats.

*Nombre d'étoiles jusqu'à une magnitude donnée.* — Nous avons réuni dans les tableaux ci-dessous les résultats précédemment exposés.

**Nombre total d'étoiles du ciel jusqu'à la magnitude photographique  $m$ .**

$m$	Chapman et Melotte	Van Rhijn	Seares et Van Rhijn
4		326	338
5	707	1.010	1.030
6	2.537	3.020	2.938
7	8.110	8.710	8.420
8	25.830	25.600	22.800
9	74.240	69.600	62.090
10	202.900	159.600	165.600
11	474.700	435.000	431.500
12	1.591.500	1.130.000	1.097.000
13	3.384.900	2.720.000	2.710.000
14	7.281.000	6.210.000	6.471.000
15	15.058.000	13.300.000	14.930.000
16	32.670.000	29.400.000	30.890.000
17			70.310.000
18			142.600.000
19			274.800.000
20			505.800.000
21			889.200.000

On peut être surpris des différences qui se rencontrent entre ces trois colonnes. Mais un peu de réflexion montre qu'il était difficile d'espérer mieux :

Les résultats de Van Rhijn et Seares sont basés sur les dénombrements faits dans les S. A., or celles-ci n'occupent guère qu' $1/200^e$  de la surface du ciel et les nombres des deux dernières colonnes sont obtenus en somme par une règle de trois en supposant la densité stellaire uniforme.

Mais la principale cause d'erreur réside dans l'évaluation des magnitudes, l'établissement d'une échelle de magnitude exacte à 0,1 grandeur près entre la magnitude 0 et la magnitude 20 est un problème très difficile si on songe que le rapport d'éclat correspondant à ces magnitudes est  $10^8 = 100$  millions.

Or une erreur de 0,1 magnitude dans une des échelles entraîne (en supposant les dénombrements exempts d'autre cause d'erreur) une erreur relative de  $\frac{2}{10}$  environ sur  $N_m$ , si on songe à cela on conclura au contraire que les trois colonnes du tableau précédent sont remarquablement concordantes.

Du reste les rapports des nombres obtenus par Chapman et

Melotte à ceux de Seares sont voisins de 1 comme le montre la figure 6.

Les meilleurs résultats sont sans doute ceux de Seares mais il était important de montrer leur degré de certitude.

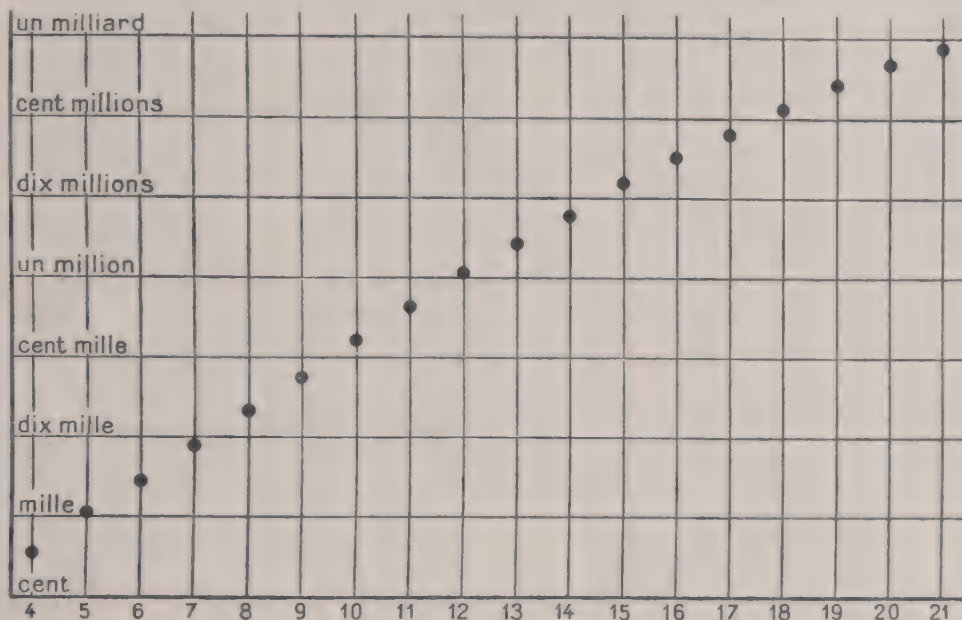


FIG. 5. — Dénombrements d'étoiles de Seares.

Abscisses : Magnitudes apparentes photographiques.

Ordonnées : Logarithme du nombre total des étoiles du ciel jusqu'à une magnitude donnée, d'après Seares.

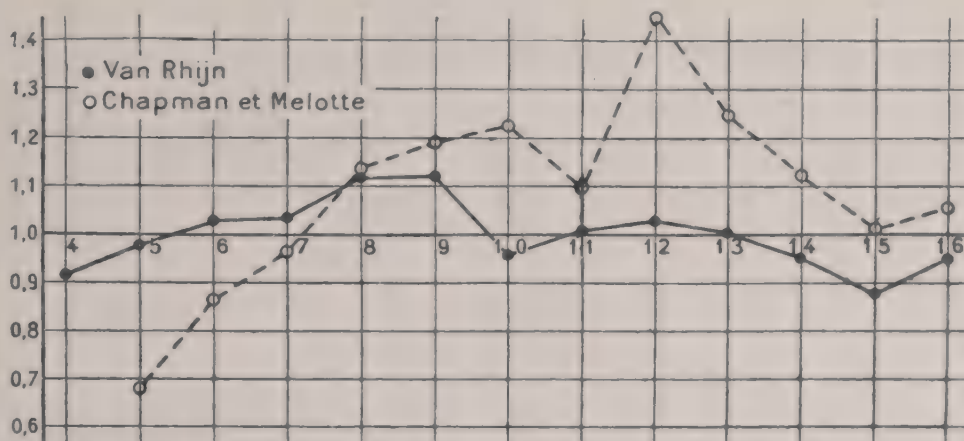


FIG. 6. — Comparaison des dénombrements d'étoiles.

Abscisses : Magnitudes photographiques.

Ordonnées : Rapport du nombre total des étoiles du ciel d'après un catalogue, au nombre analogue d'après Seares. Pour les points les dénombrements comparés sont ceux de Van Rhijn, pour les cercles ce sont ceux de Chapman et Melotte.

**Concentration galactique.** — Il est intéressant de comparer les valeurs obtenues pour la concentration galactique  $C$ , car c'est celle que nous employerons le plus souvent par la suite.

$$C = \frac{N_m}{N_m \mp 40} \frac{0 < b < \mp 20^\circ}{40 < b < \mp 90^\circ}.$$

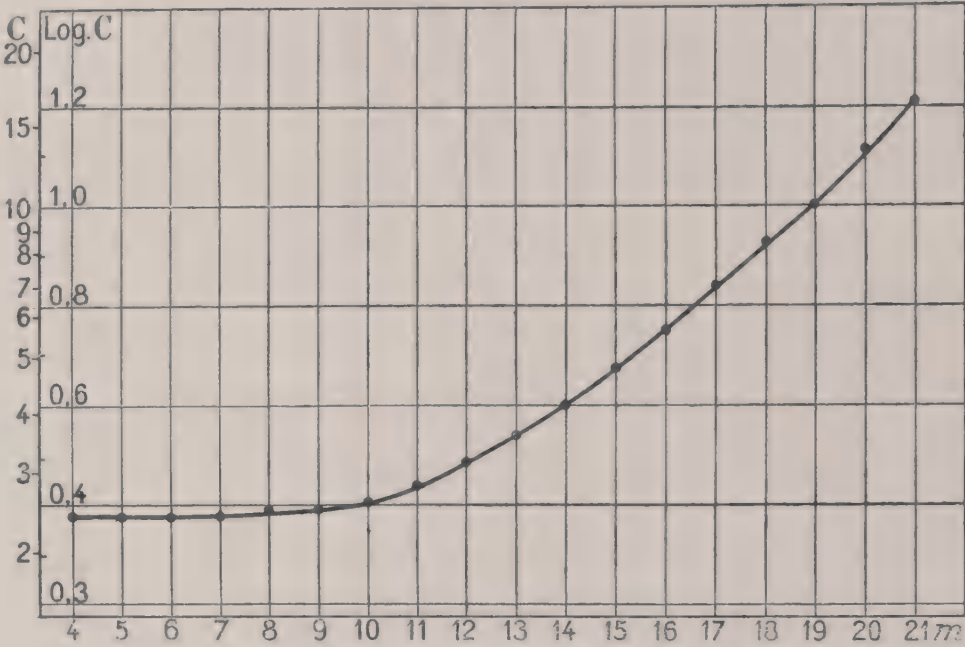


FIG. 7. — Concentration galactique en fonction de la magnitude.

Abcisses : Magnitude apparente. Ordonnées : Logarithme de la concentration galactique

$$C = \frac{N_{0^\circ \pm 20^\circ}}{N_{\pm 40^\circ \pm 90^\circ}}$$

<i>m</i> <sub>p</sub>	Chapman et Melotte	Van Rhijn	Seares
4		2,5	2,4
5		2,5	2,4
6	2,2	2,5	2,4
7	2,1	2,4	2,4
8	2,2	2,4	2,4
9	2,3	2,3	2,5
10	2,7	2,5	2,6
11	2,3	2,8	2,8
12	3,3	3,2	3,1
13	3,3	3,7	3,5
14	3,7	4,2	4,0
15	5,1	4,8	4,8
16	4,8	5,5	5,8
17			7,0
18			8,6
19			10,7
20			13,2
21			16,3



Tous ces résultats sont assez concordants, on peut donc adopter les nombres de Seares qui sont les plus récents.

La concentration reste d'abord constante et égale à 2,5 jusqu'à la magnitude  $m = 10$ , puis elle augmente avec  $m$ , atteignant 3 pour les étoiles de 12<sup>e</sup> grandeur, visibles dans les équatoriaux moyens actuels et 10 pour les étoiles les plus faibles observables de 19<sup>e</sup> grandeur.

La concentration galactique  $c$  dont nous avons donné la valeur déduite des résultats de Seares, traduit sans doute plus exactement la sensation obtenue en comparant le nombre des étoiles dans le champ d'un même instrument au pôle et dans le plan galactique ; pour celle-ci on trouve 3,4, 5,5 et 30 pour les magnitudes 6, 12 et 19. La croissance progressive de  $N_m$  vers le plan galactique explique pourquoi  $c > C$ .

L'interprétation de ce résultat est facile : Adoptons la conception de l'univers typique, aplati autour de la ligne des pôles galactiques et admettons, ce qui est plausible, que les étoiles de magnitude élevée sont plus loin en moyenne que les étoiles brillantes.

Les astres visibles à l'œil nu seront compris dans une sphère telle que la plus petite sphère de la figure 2 et pour ces astres la concentration galactique traduit le fait que la densité stellaire diminue lorsqu'on s'éloigne du plan de la voie lactée.

Les astres faibles sont au contraire dans une sphère telle que la plus grande sphère de la figure 2 qui déborde d'autant plus les bords de la galaxie dans la direction des pôles que la magnitude limite considérée est plus élevée. On conçoit dès lors que plus on s'adresse à des astres faibles et plus la proportion d'étoiles voisine du plan galactique est élevée.

### Rapports d'étoiles.

On appelle rapport d'étoiles la quantité

$$r = \frac{N_m + \frac{1}{2}}{N_m - \frac{1}{4}} .$$

L'importance de ce nombre est justifiée par le résultat suivant :

Si les étoiles étaient toutes intrinsèquement identiques et réparties uniformément dans l'espace on aurait :

$$r = C^e = 3,98.$$

Supposons en effet les étoiles intrinsèquement identiques, la distance d'un astre de magnitude  $m$  est proportionnelle à :

$$10^{0,2 m}$$

les étoiles plus brillantes que la magnitude  $m$  sont donc dans une sphère de rayon  $K \cdot 10^{0,2 m}$  et de volume :

$$K^3 \cdot 10^{0,6 m}$$

Dans l'hypothèse d'une densité stellaire constante,  $N_m$  est proportionnel à ce volume et :

$$\frac{N_{m + \frac{1}{2}}}{N_{m - \frac{1}{2}}} = \frac{10^{0,6 \left(m + \frac{1}{2}\right)}}{10^{0,6 \left(m - \frac{1}{2}\right)}} = 10^{0,6} = 3,98.$$

Remarque : Dans les mêmes hypothèses on aurait aussi :

$$\frac{a_{m+1}}{a_m} = 3,98.$$

Nous avons réuni ci-dessous diverses valeurs de  $r$  déduites des nombres de Seares :

$\begin{array}{c} b \\ m \end{array}$	$0^{\circ} \mp 20^{\circ}$	$\mp 20^{\circ} \mp 40^{\circ}$	$\mp 40^{\circ} + 90^{\circ}$	Ensemble du ciel
4,5	2,89	2,89	2,89	2,89
5,5	2,86	2,86	2,85	2,83
6,5	2,82	2,82	2,81	2,82
7,5	2,79	2,79	2,76	2,77
8,5	2,76	2,72	2,67	2,72
9,5	2,71	2,66	2,58	2,67
10,5	2,67	2,59	2,49	2,61
11,5	2,61	2,51	2,39	2,54
12,5	2,56	2,42	2,28	2,47
13,5	2,50	2,32	2,15	2,39
14,5	2,42	2,19	2,04	2,31
15,5	2,34	2,08	1,94	2,22
16,5	2,22	1,97	1,83	2,12
17,5	2,12	1,87	1,73	2,03
18,5	2,02	1,77	1,64	1,93
19,5	1,91	1,68	1,55	1,84
20,5	1,81	1,59	1,46	1,76

Le rapport d'étoiles diminue lorsque  $m$  augmente ; il est indépendant de la latitude pour les étoiles visibles à l'œil nu mais pour les étoiles faibles  $r$  est plus petit aux latitudes galactiques élevées qu'aux basses latitudes.

Si on se reporte à ce que nous venons de dire, on en déduit que la densité stellaire diminue plus vite vers le pôle galactique que dans le plan galactique.

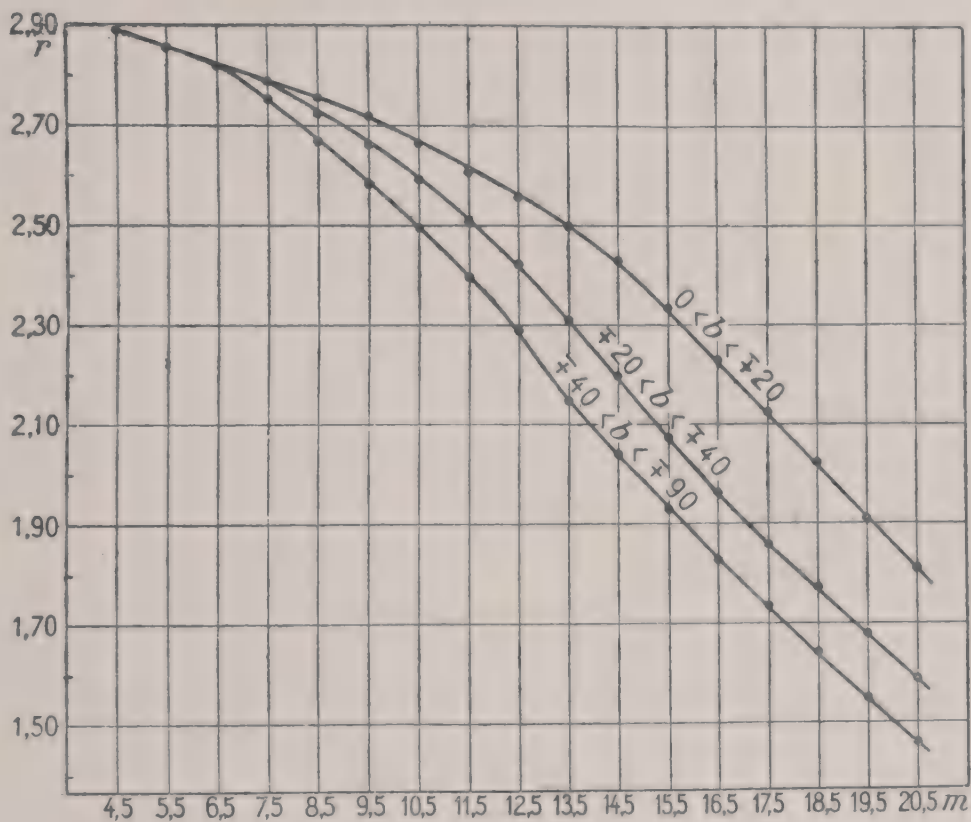


FIG. 8. — Rapport d'étoiles en fonction de la magnitude apparente.

Abcisses : Magnitude photographique apparente.

Ordonnées : Rapport  $\frac{N_{m + \frac{1}{2}}}{N_{m - \frac{1}{2}}}$ ,  $N_m$  désignant le nombre total d'étoiles plus

brillantes que la magnitude  $m$ . Les courbes correspondent à trois zones de latitude ; le rapport d'étoiles est inférieur à la valeur 3,98 qu'on obtiendrait si les étoiles étaient réparties avec une densité uniforme et il décroît lorsque  $m$  augmente, semblant prouver une décroissance de la densité stellaire lorsqu'on s'éloigne du soleil.

### Représentation de $N_m$ au moyen d'une formule.

Plaçons-nous dans l'hypothèse du paragraphe précédent, si  $h$  est une quantité quelconque,

$$\frac{N_{m+h}}{N_m} \text{ est une constante indépendante de } m.$$

Il en est de même de :

$$\frac{N_{m+h} - N_m}{N_m}$$

et de :

$$\frac{1}{N_m} \frac{N_{m+h} - N_m}{h}$$

faisons tendre  $h$  vers 0, nous voyons que :

$$\frac{1}{N_m} \frac{dN_m}{dm} = \frac{d \log N_m}{dm}$$

est constant, donc que :

$$\log N_m = a + bm \quad \text{et } N_m = e^{a+bm}$$

$a$  et  $b$  étant deux constantes.

On en déduit que :

$$a_m = \frac{dN_m}{dm}$$

est aussi de la forme  $e^{a'} + b'm$ , c'est-à-dire :

$$\log \frac{dN_m}{dm} = a' + b'm.$$

Le théorème du paragraphe précédent montre que, si on emploie les logarithmes à base 10 :

$$b = b' = 0,6$$

Ainsi dans les hypothèses précédentes, les courbes  $(m, \log N_m)$  et  $m, \log \left( \frac{dN_m}{dm} \right)$  sont des lignes droites de coefficient angulaire 0,6.

Les figures 4 et 5 représentent la première de ces courbes d'après Seares, on voit que la courbe  $(m, \log N_m)$  est légèrement incurvée vers le bas comme si le nombre des étoiles de magnitudes élevées était inférieur à celui que donnerait la loi théo-



rique que nous venons d'établir d'après l'hypothèse d'une densité constante. On pourrait être tenté de poser

$$\log N_m = a + bm - cm^2$$

$c$  étant une constante positive, et en fait il serait possible d'ajuster une telle formule avec les résultats de l'observation.

Mais une telle expression ne serait susceptible de représenter  $N_m$  que dans un petit intervalle et ne pourrait pas être valable quel que soit  $m$  :

En effet  $a + bm - cm^2$  passe par un maximum pour une certaine valeur  $m_0$  et décroît lorsque  $m$  est plus grand que  $m_0$ . Or  $N_m$ , nombre des étoiles jusqu'à la magnitude  $m$  ne peut pas décroître, puisque :

$$N_{m+1} = N_m + a_{m+\frac{1}{2}}$$

où  $a_{m+\frac{1}{2}}$ , nombre d'étoiles de magnitude  $m$  à  $m+1$ , est positif ou nul.

La courbe  $(m, \log \frac{dN_m}{dm})$  déduite de l'observation présente le même aspect, on peut aussi songer à poser :

$$\log \frac{dN_m}{dm} = a' + b'm - c'm^2$$

où  $c'$  est positif, l'argument précédent n'interdit pas une telle représentation car  $\frac{dN_m}{dm}$ , nombre d'étoiles de magnitude comprise entre  $m - \frac{1}{2}$  et  $m + \frac{1}{2}$  doit décroître à partir d'une certaine magnitude  $m_0$  si le nombre total des étoiles est fini. On posera donc :

$$\log \frac{dN_m}{dm} = \log N - c'(m - m_0)^2.$$

Si on se rappelle que  $a_m$  est la loi de répartition des magnitudes apparentes, on voit que l'hypothèse précédente revient à admettre que les magnitudes sont réparties suivant une loi de Gauss.

$m_0$  s'appelle la magnitude moyenne, on voit en effet que d'après la formule précédente il y a autant d'étoiles de magnitude inférieure à  $m_0$  que d'étoiles de magnitude supérieure à  $m_0$ .

Comme les étoiles les plus brillantes ont pour magnitude 0 les

étoiles les plus faibles ont pour magnitude  $2.m_0$  d'après la formule précédente.

Une fois connus les coefficients  $a'$ ,  $b'$ ,  $c'$ , on calculera  $N_m$  par :

$$N_m = N \int_{-\infty}^m 10^{-c' (m - m_0)^2} dm$$

Le nombre total des étoiles est :

$$N_{\text{total}} = N \int_{-\infty}^{+\infty} 10^{-c' (m - m_0)^2} dm$$

où :

$$N_{\text{total}} = N \frac{\sqrt{0,434 \pi}}{\sqrt{c'}} = \frac{1,168 N}{\sqrt{c'}}$$

La formule adoptée conduit bien à un nombre fini d'étoiles.

Il importe de remarquer que la formule qui donne  $\frac{dN_m}{dm}$  n'est établie que dans un petit intervalle de variation de  $m$  et que l'extrapolation qui consiste à considérer cette formule comme valable quelque soit  $m$  est bien sujette à caution, les exemples qui vont suivre le montreront simplement :

**Représentation des résultats de Chapman et Melotte.** — Les résultats des dénombrements de Chapman et Melotte, réduits à l'échelle internationale, sont représentés par la formule :

$$\log \frac{dN_m}{dm} = -0,62 + 0,631 m - 0,0106 m^2.$$

Ceci donne pour magnitude moyenne des étoiles 29,8 et pour nombre total de celles-ci 16,11 milliards.

**Représentation des dénombrements de Van Rhijn par une formule.** — Nous avons dit comment Van Rhijn avait dénombré les étoiles jusqu'à la magnitude 16 d'après la Harvard Groninge Durchmusterung of Selected areas. Ses résultats pour l'ensemble du ciel sont représentés par :

$$\log \frac{dN_m}{dm} = -0,62 + 0,626 m - 0,0110 m^2$$

ce qui donne  $m_0 = 28,5$  et pour nombre total d'étoiles : 5,35 milliards.

**Représentation des résultats de Seares par une formule.**

— Seares a représenté ses dénombrements par une formule de la forme :

$$\log \frac{dN_m}{dm} = a' + b'm - c'm^2.$$

Voici les valeurs des coefficients trouvées par cet auteur :

Latitude galactique $b$	0°	30°	60°	90°	Ensemble du ciel
$a'$ . . . . .	— 5,055	— 5,244	— 5,179	— 5,131	— 5,134
$b'$ . . . . .	+ 0,703	+ 0,715	+ 0,688	+ 0,669	+ 0,6796
$c'$ . . . . .	— 0,0115	— 0,0141	— 0,0143	— 0,140	— 0,115
$m_0$ = magnitude moyenne . .	30,6	25,4	24,0	23,9	29,6

On voit que  $a$  ne dépend pas de la latitude galactique, par contre  $b'$  et  $c'$  semblent diminuer lorsqu'on s'approche des hautes latitudes galactiques.

Des formules précédentes Seares a déduit par intégration le nombre total des étoiles aux diverses latitudes :

$b$	0°-20°	20°-40°	40°-90°
Nombre total des étoiles . . . . .	28,4 milliards	1,2 milliard	200 millions

Le nombre total des étoiles de notre univers serait donc de : *30 milliards*.

N'oublions pas que ces résultats sont basés sur des dénombrements d'étoiles qui ne dépassent guère la grandeur 18,5. Or il y a en gros un milliard d'étoiles plus brillantes que la 20<sup>e</sup> grandeur photographique. Le résultat n'est donc basé que sur un matériel insignifiant :  $\frac{4}{30}$  du nombre total des étoiles. De telles extrapolations

tions sont sans doute curieuses mais il ne faut pas leur accorder plus de confiance qu'elles n'en méritent. Nous avons vu en effet que d'après Chapman et Melotte le nombre total des étoiles ne serait que de 16 milliards, c'est-à-dire moitié moindre que le nombre de Seares.

Le nombre total d'étoiles de toutes magnitudes par degré carré serait de 5.320.000 dans la voie lactée et 7.160 seulement vers son pôle. Si on ne considère que les étoiles plus brillantes que la 20<sup>e</sup> grandeur ces nombres se réduisent respectivement à 73.000 et 1.670.

Dans le même ordre d'idées et moyennant la même hypothèse Seares trouve pour magnitude moyenne des étoiles :

$$m_{\text{moyen}} = 30 \text{ environ.}$$

D'après cela il faudrait pouvoir observer les étoiles de 60<sup>e</sup> grandeur pour connaître toutes les étoiles de la galaxie.

En adoptant pour nombre d'étoiles de chaque magnitude ceux que nous avons cité, Seares a calculé l'éclat total des étoiles du ciel :

Pour le ciel entier, la lumière visuelle est celle de 1.092 étoiles de première grandeur, la lumière photographique n'est que 577 étoiles de première grandeur. Ces nombres sont voisins de ceux obtenus par Van Rhijn : 1.440 et Yutema : 1.350 (même unité et magnitudes visuelles).











# ACTUALITÉS SCIENTIFIQUES ET INDUSTRIELLES



PUBLIÉES SOUS LA DIRECTION DE MM.

**F. ENRIQUES**

De l'Académie *Dei Lincei*  
Professeur à l'Université de Rome

**PHILOSOPHIE ET HISTOIRE  
DE LA PENSÉE SCIENTIFIQUE**

**Ch. FABRY**

Membre de l'Institut  
Professeur à la Faculté des Sciences

**OPTIQUE**

**E. FAURE-FREMIET**

Professeur au Collège de France

**BIOLOGIE  
(Embryologie et Histogenèse)**

**Ch. FRAIPONT**

Professeur à la Faculté des Sciences  
de Liège

**PALÉONTOLOGIE  
ET LES GRANDS PROBLÈMES  
DE LA BIOLOGIE GÉNÉRALE**

**Maurice FRECHET**

Professeur à la Sorbonne

**ANALYSE GÉNÉRALE**

**M. L. GAY**

Professeur de Chimie-Physique  
à la Faculté des Sciences de Montpellier

**THERMODYNAMIQUE ET CHIMIE**

**J. HADAMARD**

Membre de l'Institut

**ANALYSE MATHÉMATIQUE  
ET SES APPLICATIONS**

**Victor HENRI**

Professeur à l'Université de Liège

**PHYSIQUE MOLÉCULAIRE**

**A. F. JOFFE**

Directeur de l'Institut Physico-Technique  
de Leningrad

**PHYSIQUE DES CORPS SOLIDES**

**A. JOUNIAUX**

Professeur à l'Institut de Chimie de Lille

**CHIMIE ANALYTIQUE  
(Chimie-Physique, minérale  
et industrielle)**

**P. LANGEVIN**

Membre de l'Institut  
Professeur au Collège de France

**I. — RELATIVITÉ**

**II. — PHYSIQUE GÉNÉRALE**

**Louis LAPICQUE**

Membre de l'Institut  
Professeur à la Sorbonne

**PHYSIOLOGIE GÉNÉRALE  
DU SYSTÈME NERVEUX**

**A. MAGNAN**

Professeur au Collège de France

**MORPHOLOGIE  
DYNAMIQUE  
ET MÉCANIQUE DU MOUVEMENT**

**Ch. MARIE**

Directeur de Laboratoire  
à l'Ecole des Hautes-Etudes

**ÉLECTROCHIMIE APPLIQUÉE**

**Ch. MAURAIN**

Membre de l'Institut  
Doyen de la Faculté des Sciences  
Directeur de l'Institut de Physique du Globe

**PHYSIQUE DU GLOBE**

**André MAYER**

Professeur au Collège de France

**PHYSIOLOGIE**

**Henri MINEUR**

Astronome à l'Observatoire de Paris

**ASTRONOMIE STELLAIRE**

**Chr. MUSCELEANU**

Professeur à la Faculté des Sciences  
de Bucarest

**PHYSIQUE GÉNÉRALE ET QUANTA**

**M. NICLOUX**

Professeur à la Faculté de Médecine  
de Strasbourg

**CHIMIE ANALYTIQUE**

**(Chimie organique et biologique)**

**P. PASCAL**

Correspondant de l'Institut  
Professeur à la Sorbonne et à l'Ecole  
Centrale des Arts et Manufactures

**CHIMIE  
GÉNÉRALE et MINÉRALE**

**Ch. PÉREZ**

Professeur à la Sorbonne  
**BIOLOGIE ZOOLOGIQUE**

**J. PERRIN**

Membre de l'Institut  
Prix Nobel de Physique  
Professeur à la Faculté des Sciences  
de Paris

**ATOMISTIQUE**

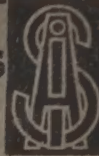
**CATALOGUE SPÉCIAL SUR DEMANDE**





# ACTUALITÉS SCIENTIFIQUES ET INDUSTRIELLES

PUBLIÉES SOUS LA DIRECTION DE MM.



**Marcel PRENANT**

Professeur à la Sorbonne

**I. — BIOLOGIE ÉCOLOGIQUE**

**II. — LEÇONS DE ZOOLOGIE**

**A. REY**

Professeur à la Sorbonne

**HISTOIRE DES SCIENCES**

**Y. ROCARD**

Maître de Recherches

**THÉORIES MÉCANIQUES**

**(Hydrodynamique-Acoustique)**

**R. SOUÈGES**

Chef de Travaux

à la Faculté de Pharmacie

**EMBRYOLOGIE**

**ET MORPHOLOGIE VÉGÉTALES**

**TAKAGI**

Professeur à l'Université Impériale de Tokyo

**MATHÉMATIQUES GÉNÉRALES**

**TAMIYA-(HIROSHI)**

Membre du Tokugawa Biologisches  
Institut-Tokyo

**BIOLOGIE (Physiologie cellulaire)**

**A. TCHITCHIBABINE**

Membre de l'Académie des Sciences  
de l'U. R. S. S.

**CHIMIE ORGANIQUE**

**(Série hétérocyclique)**

**Georges TEISSIER**

Sous-directeur de la Station  
Biologique de Roscoff

**BIOMÉTRIE**

**ET STATISTIQUE BIOLOGIQUE**

**G. URBAIN**

Membre de l'Institut  
Professeur à la Faculté des Sciences  
de Paris

**THÉORIES CHIMIQUES**

**Pierre URBAIN**

Maître de Conférences à l'Institut  
d'Hydrologie et de Climatologie  
de Paris

**GÉOCHIMIE**

**Y. VERLAINE**

Professeur à l'Université  
de Liège

**PSYCHOLOGIE ANIMALE**

**P. WEISS**

Membre de l'Institut  
Directeur de l'Institut de Physique  
de l'Université de Strasbourg

**MAGNÉTISME**

**A. WURMSER**

Directeur du Laboratoire  
de Biophysique  
de l'Ecole des Hautes-Etudes

**BIOPHYSIQUE**

## Actualités Scientifiques et Industrielles

**Série 1935 (suite) :**

- |  |        |
|--|--------|
| 215. LOUIS VERLAINE. Histoire naturelle de la connaissance chez le singe inférieur                               | 12 fr. |
| 216. MARTIN BATTEGAY et LÉON DENIVELLE. La cellulose, deuxième partie  | 16 fr. |
| 217. ABEL REY. Les mathématiques en Grèce au milieu du V <sup>e</sup> siècle                                     | 18 fr. |
| 218. HÉLÈNE METZGER. La philosophie de la matière chez Lavoisier   | 10 fr. |
| 219. G. BOULIGAND, C. GIRAUD et P. DELENS. Le problème de la dérivée oblique en théorie du potentiel.            | 18 fr. |
| 220. JACQUES ERRERA. Le moment électrique en Chimie et en Physique : Généralités et Méthodes                     | 14 fr. |
| 221. JACQUES ERRERA. Le moment électrique en Chimie et en Physique : Moment électrique et structure moléculaire. | 15 fr. |
| 222. Y. ROCARD. Propagation et absorption du son   | 15 fr. |
| 223. JEAN-LOUIS DESTOUCHES. Le rôle des espaces abstraits en Physique nouvelle.                                  | 18 fr. |
| 224. JULIEN PACOTTE. La logique et l'empirisme intégral.   | 12 fr. |
| 225. HENRI MINEUR. Dénombrements d'étoiles, Catalogue d'étoiles, Comparaison des séquences photométriques        | 15 fr. |
| 226. HANS HAHN. Logique, Mathématiques et connaissance de la réalité   | 10 fr. |
| 227. RENÉ FABRE. Altérations du sang dans les intoxications professionnelles                                     | 12 fr. |
| 228. DANIEL BRARD. Toxicologie du chrome   | 15 fr. |
| 229. J. VON NEUMANN. Charakterisierung des Spektrums eines Integraloperators.                                    | 7 fr.  |
| 230. P. M. S. BLACKETT. La radiation cosmique, aperçu général  | 10 fr. |
| 231. P. M. S. BLACKETT. La radiation cosmique, la méthode de la chambre de C. T. R. Wilson                       | 8 fr.  |
| 232. P. M. S. BLACKETT. La radiation cosmique, l'action du champ magnétique terrestre.                           | 7 fr.  |
| 233. P. M. S. BLACKETT. La radiation cosmique, la perte d'énergie par ionisation.                                | 10 fr. |

*Liste complète à la fin du volume.*